

参考答案

专题训练

第五章 基本平面图形

专题训练一 线段、射线、直线

基础能力巩固

1. B 2. D 3. B 4. D 5. D 6. A 7. C 8. B

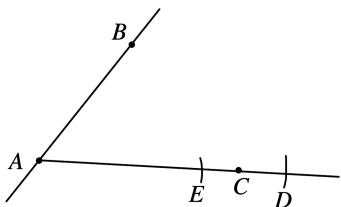
9. 1 或 3 10. 两点之间, 线段最短

11. 7 12. 12 cm

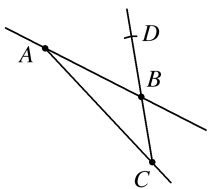
13. 解析: (1) 连接 AB , 并延长 AB, BA , 得到直线 AB .

(2) 连接 AC , 延长 AC , 得到射线 AC .

(3) 以点 A 为圆心、线段 AB 长为半径作圆, 交射线 AC 于点 E , 再以点 E 为圆心、线段 AB 长为半径作圆, 交射线 AC 于点 D , 线段 AD 即是所求. 图形如下.



14. 解析: (1) 如图所示.



(2) ①点 D 在直线 AB 外(直线 AB 不经过点 D).

②因为 $BC=BD, BD=1.5$, 所以 $CD=2BD=3$.

15. 解析: (1) 因为 $AB=a, BC=\frac{1}{2}AB$, 所以 $BC=$

$\frac{1}{2}a$. 因为 $AC=AB+BC$, 所以 $AC=a+\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}a$.

(2) 因为 $AD=DC=\frac{1}{2}AC, AC=\frac{3}{2}a$, 所以 $DC=$

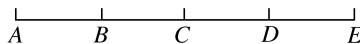
$\frac{3}{4}a$. 因为 $DB=2, BC=\frac{1}{2}a, DB=DC-BC$, 所以

$2=\frac{3}{4}a-\frac{1}{2}a$, 所以 $a=8$.

16. 解析: (1) 因为 $AB=14$ cm, $CD=4$ cm, 所以 $AC+BD=10$ cm. 因为点 M 为线段 AC 的中点, 点 N 为线段 BD 的中点, 所以 $CM+DN=\frac{1}{2}(AC+BD)=5$ cm. 因为 $MN=MC+CD+DN$, 所以 $MN=9$ cm.

(2) 因为 $AB=a, CD=b$, 所以 $AC+BD=a-b$. 因为点 M 为线段 AC 的中点, 点 N 为线段 BD 的中点, 所以 $CM+DN=\frac{1}{2}(AC+BD)=\frac{1}{2}(a-b)$. 因为 $MN=MC+CD+DN$, 所以 $MN=\frac{1}{2}(a+b)$.

17. 解析: (1) 如图所示.



因为以点 A 为端点且不重复的线段有 4 条, 分别是 AB, AC, AD, AE ; 以点 B 为端点且不重复的线段有 3 条, 分别是 BC, BD, BE ; 以点 C 为端点且不重复的线段有 2 条, 分别是 CD, CE ; 以点 D 为端点且不重复的线段有 1 条, 是 DE , 所以图中线段的条数为 $1+2+3+4=10$ (条).

(2) 因为十五个同学聚会, 每个人都与其他人握一次手, 求共握了多少次手, 相当于求一条线段上共有 15 个点(含端点), 这条线段上共有多少条线段. 由 (1) 可知, 线段共有 15 个点(含端点)时, 共有线段的条数是 $1+2+3+\cdots+13+14=105$ (条).

所以十五个同学聚会, 每个人都与其他人握一次手, 握手的次数为 105 次.

核心素养升级

1. 72 $n(n-1)$ 解析: 往返于汕头与广州东的 D7150 次列车, 共制作车票: $2 \times (8+7+6+5+4+3+2+1)=2 \times 36=72$ (种). 若有 n 个站点, 共制作车票: $2[(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+3+2+1]=2 \times \frac{n(n-1)}{2}=n(n-1)$ (种).

2. 解析: (1) 因为点 E 是线段 AC 的中点, 点 F

是线段 BC 的中点, 所以 $EC = \frac{1}{2}AC$, $CF = \frac{1}{2}BC$, 所以 $EF = EC + CF = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6$, 所以线段 EF 的长为 6.

(2) $EF = \frac{1}{2}AC$. 理由如下: 因为点 E 是线段 AB 的中点, 点 F 是线段 BC 的中点, 所以 $BE = \frac{1}{2}AB$, $BF = \frac{1}{2}BC$, 所以 $EF = BE - BF = \frac{1}{2}AB - \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AB - CB) = \frac{1}{2}AC$.

3. 解析: (1) 因为以点 A 为左端点向右的线段有: 线段 AC, AD, AB , 以点 C 为左端点向右的线段有: 线段 CD, CB , 以点 D 为左端点向右的线段有: 线段 DB , 所以共有 $3 + 2 + 1 = 6$ (条).

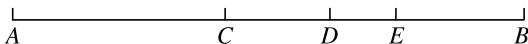
(2) 设线段上有 m 个点, 该线段上共有线段 x 条, 则 $x = (m-1) + (m-2) + (m-3) + \cdots + 3 + 2 + 1$, 所以倒序排列有 $x = 1 + 2 + 3 + \cdots + (m-3) + (m-2) + (m-1)$, 所以 $2x = m + m + m + \cdots + m = m(m-1)$, 所以 $x = \frac{1}{2}m(m-1)$.

(3) 把 8 位同学看作直线上的 8 个点, 每两位同学之间的一场比赛看作一条线段. 由题知, 当 $m=8$ 时, $\frac{m(m-1)}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$. 即一共要进行 28 场比赛.

4. 解析: (1) 因为 $CD = 6$ cm, $AB = 9$ cm, 所以 $AC + BD = AB - CD = 9 - 6 = 3$ (cm). 因为 $AC = BD$, 所以 $AC = 1.5$ cm.

(2) 因为点 C, D 均在线段 AB 上, 且 $CD = a$ cm, $AB = b$ cm ($b > a$), 所以 $AC + BD = AB - CD = (b-a)$ cm, 因为 $AC = BD$, 所以 $AC = \frac{b-a}{2}$ cm.

(3) 如图所示.



线段 AB 表示七年级某班人数, 线段 AD 表示该班男生人数, 线段 BD 表示该班女生人数, 线段 AC 表示参加围棋课的男生人数, 线段 CD 表示未参加围棋课的男生人数, 线段 BE 表示参加围棋课的女生人数, 线段 DE 表示未参加围棋课的女生人数. 设 $CD =$

x , $DE = y$, 所以 $AC = 2CD = 2x$, $BE = \frac{2}{3}BD = 2y$, 所以 $AD = AC + CD = 3x$, $BD = BE + DE = 3y$. 因为选择围棋课的人数有 n 人, 所以 $AC + BE = n$, 即 $2x + 2y = n$, 所以 $x + y = \frac{n}{2}$. 又因为七年级某班共有 m 人, 所以 $AB = m$. 因为 $AB = AD + BD = 3x + 3y$, 所以 $3x + 3y = m$, 即 $x + y = \frac{m}{3}$. 所以 $\frac{n}{2} = \frac{m}{3}$, 所以 $m = \frac{3}{2}n$.

专题训练二 角及多边形和圆

基础能力巩固

1. D 2. C 3. C 4. D 5. A 6. B 7. C 8. C

9. 小 两点之间, 线段最短

10. ①③④ 11. 70

12. 解析: (1) $48^\circ 39' + 67^\circ 31' = 115^\circ 70' = 116^\circ 10'$.

(2) $23^\circ 53' \times 2 - 17^\circ 43' = 46^\circ 106' - 17^\circ 43' = 29^\circ 63' = 30^\circ 3'$.

13. 解析: (1) 由题意, 得 $\angle WON = 90^\circ$, $\angle CON = 46^\circ$, 所以 $\angle COW = \angle WON - \angle CON = 44^\circ$.

(2) 由题意, 得 $\angle BON = 76^\circ$, $\angle AOB = 32^\circ$, 所以 $\angle AON = \angle BON - \angle AOB = 44^\circ$, 所以射线 OA 的方向是北偏东 44° .

14. 解析: 当 OC 在 $\angle AOB$ 的内部时, 如图 1, $\angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 70^\circ - 42^\circ = 28^\circ$; 当 OC 在 $\angle AOB$ 的外部时, 如图 2, $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 70^\circ + 42^\circ = 112^\circ$. 因此 $\angle BOC$ 的度数为 28° 或 112° .

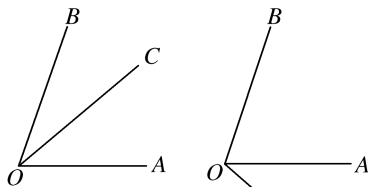


图1

图2

15. 解析: (1) 阴影面积: $\pi r^2 - \pi \times (\frac{1}{2}r)^2 - \pi \times$

$(\frac{1}{5}r)^2 \times 4 = \frac{59}{100}\pi r^2$.

(2) 当 $r = 2$ cm 时, 原式 $= \frac{59}{100} \times \pi \times 2^2 = \frac{59}{25}\pi$ (cm²).

16. 解析:(1) 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle CAE = 58^\circ$, 所以 $\angle BAE = \angle BAC - \angle CAE = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$.

(2) 设 $\angle BAD = x$, 则 $\angle CAE = 2x$, 所以 $\angle BAE = 90^\circ - 2x$. 因为 $\angle DAE = 60^\circ$, 所以 $90^\circ - 2x + x = 60^\circ$, 解得 $x = 30^\circ$, 所以 $\angle CAD = \angle BAC + \angle BAD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$.

17. 解析:(1) 因为 $\angle AOB$ 是直角, $\angle AOC = 50^\circ$, 所以 $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$. 因为 OM 是 $\angle BOC$ 的平分线, ON 是 $\angle AOC$ 的平分线, 所以 $\angle MOC = \frac{1}{2} \angle BOC = 70^\circ$, $\angle NOC = \frac{1}{2} \angle AOC = 25^\circ$, 所以 $\angle MON = \angle MOC - \angle NOC = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ$.

(2) 当锐角 $\angle AOC$ 的大小发生改变时, $\angle MON$ 的大小不发生改变. 理由如下: 因为 $\angle MON = \angle MOC - \angle NOC = \frac{1}{2} \angle BOC - \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle BOC - \angle AOC) = \frac{1}{2} \angle AOB$. 因为 $\angle AOB$ 是直角, 不改变, 所以 $\angle MON = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ$.

核心素养升级

1. 解析: 一样长. 设其中一个小圆的直径为 R cm, 则另一个小圆的直径为 $(20 - R)$ cm. 根据题意, 得大圆的周长 $= 20\pi$ cm, 两个小圆的周长和 $= \pi R + \pi(20 - R) = 20\pi$ cm, 所以大圆的周长 $=$ 两个小圆的周长和, 所以大蚂蚁和小蚂蚁爬的路程一样长.

$$2. (1) 1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad (2) 5 \quad 9 \quad (3) \frac{n(n-3)}{2}$$

$$(4) \text{十边形有 } \frac{10 \times (10-3)}{2} = 35 \text{ (条) 对角线.}$$

3. 解析:(1) 因为 $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$, $\angle AOD = 20^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOB - \angle AOD = 25^\circ$, 所以 $\angle BOC = \angle COD + \angle BOD = 70^\circ$.

(2) 因为 $\angle AOB = \angle COD = 60^\circ$, $\angle AOD = 25^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOB - \angle AOD = 35^\circ$, 所以 $\angle BOC = \angle COD + \angle BOD = 95^\circ$.

(3) 因为 $\angle AOB = \angle COD = \alpha$, $\angle AOD = \beta$, 所以 $\angle BOD = \angle AOB - \angle AOD = \alpha - \beta$, 所以 $\angle BOC = \alpha + (\alpha - \beta) = 2\alpha - \beta$.

4. 解析:(1) 因为 $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$, 射线 OM 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle COM = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$. 因为射线 ON 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle CON = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$, 所以 $\angle MON = \angle COM - \angle CON = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$.

(2) 因为 $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = \alpha + \beta$, 射线 OM 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle COM = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$. 因为射线 ON 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle CON = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \beta$, 所以 $\angle MON = \angle COM - \angle CON = \frac{1}{2} (\alpha + \beta) - \frac{1}{2} \beta = \frac{1}{2} \alpha$.

(3) 因为 $AB = a$, $BC = b$, 所以 $AC = AB + BC = a + b$. 因为点 M , N 分别为 AC , BC 的中点, 所以 $CM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} (a + b)$, $CN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} b$, 所以 $MN = CM - CN = \frac{1}{2} a$.

5. 解析:(1) 依题意, 得 $\angle ACD = 90^\circ$, $\angle ECB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACE + \angle DCE = 90^\circ$, $\angle DCE + \angle BCD = 90^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle BCD$.

(2) $\angle ACB$ 与 $\angle DCE$ 之间的数量关系是 $\angle ACB + \angle DCE = 180^\circ$. 理由如下: 因为 $\angle ACD = 90^\circ$, $\angle ECB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACE + \angle DCE = 90^\circ$, $\angle DCE + \angle BCD = 90^\circ$. 因为 $\angle ACE + \angle DCE + \angle DCE + \angle BCD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle ACE + 2\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$. 又因为 $\angle ACB = \angle ACE + \angle DCE + \angle BCD$, 所以 $\angle ACB + \angle DCE = \angle ACE + \angle DCE + \angle BCD + \angle DCE = \angle ACE + 2\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$.

(3) $\angle ACB$ 与 $\angle DCE$ 之间的数量关系是 $\angle ACB + \angle DCE = 180^\circ$. 理由如下: 因为 $\angle ACD = \angle ACE + \angle DCE$, $\angle BCE = \angle DCE + \angle BCD$, $\angle ACD + \angle BCE = 180^\circ$, 所以 $\angle ACE + \angle DCE + \angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$, 即 $\angle ACE + 2\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$. 所以 $\angle ACB + \angle DCE = \angle ACE + \angle DCE + \angle BCD + \angle DCE = \angle ACE + 2\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$.

第六章 一元一次方程

专题训练三 一元一次方程的解法

基础能力巩固

1. D 解析:若 $x+1=2$, 两边都减 1, 得 $x=1$, 故 A 不正确; 若 $x+1=2x$, 两边都减 x , 得 $1=x$, 即 $x=1$, 故 B 不正确; 若 $-4x=2$, 两边都除以 -4 , 得 $x=-\frac{1}{2}$, 故 C 不正确; 若 $-\frac{1}{4}x=2$, 两边都除以 $-\frac{1}{4}$, 得 $x=-8$, D 正确.

2. B 解析:把 $x=1$ 代入 $\frac{x-1}{2}=1$ 中, 左边 = $\frac{1-1}{2}=0$, 方程左右两边不相等, 则 $x=1$ 不是方程 $\frac{x-1}{2}=1$ 的解, A 不符合题意; 把 $x=1$ 代入 $2-x=2x-1$ 中, 左边 = $2-1=1$, 右边 = $2-1=1$, 方程左右两边相等, 则 $x=1$ 是方程 $2-x=2x-1$ 的解, B 符合题意; 把 $x=1$ 代入 $1-\frac{x}{2}=0$ 中, 左边 = $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, 方程左右两边不相等, 则 $x=1$ 不是方程 $1-\frac{x}{2}=0$ 的解, C 不符合题意; 把 $x=1$ 代入 $x^2=2$ 中, 左边 = $1^2=1$, 方程左右两边不相等, 则 $x=1$ 不是方程 $x^2=2$ 的解, D 不符合题意.

3. B

4. C 解析:根据含有未知数的表示量相等的等式叫作方程, 判断 $x+1=2$ 是方程, 其余不是.

5. A 解析:由 $\frac{x}{5}=0$, 得 $x=0$, A 正确; 由 $x-4y=3$, 得 $x=3+4y$, B 不正确; 由 $-3x=6$, 得 $x=-2$, C 不正确; 由 $5x=-3$, 得 $x=-\frac{3}{5}$, D 不正确.

6. B 7. D

8. C 解析:关于 y 的一元一次方程 $\frac{y-5}{2\ 024}=2\ 024 \times (y-5)+5-m$, 两边同时乘 -1 , 得 $\frac{5-y}{2\ 024}=2\ 024(5-y)-5+m$, $\frac{5-y}{2\ 024}+5=2\ 024(5-y)+m$.

因为关于 x 的一元一次方程 $\frac{x}{2\ 024}+5=2\ 024x+m$ 的解为 $x=2\ 024$,

所以 $5-y=x$, 即 $5-y=2\ 024$,

解得 $y=-2\ 019$.

9. A 解析:将 $x=1$ 代入 $2x+m=6$ 中, 得 $2 \times 1+m=6$, 解得 $m=4$.

10. D

11. $\frac{3}{2}-2x$ 解析: $4x+2y=3$, $2y=3-4x$, $y=\frac{3}{2}-2x$.

12. $x=1$ 13. -2 14. 6

15. 解析:(1)移项, 得 $x+3x=5-1$.

合并同类项, 得 $4x=4$.

系数化为 1, 得 $x=1$.

(2)去分母, 得 $3(x+3)-6=2(2x-1)$.

去括号, 得 $3x+9-6=4x-2$.

移项, 得 $3x-4x=-2-9+6$.

合并同类项, 得 $-x=-5$.

系数化为 1, 得 $x=5$.

(3) $5x+2=4-3x$.

移项, 得 $5x+3x=4-2$.

合并同类项, 得 $8x=2$.

系数化为 1, 得 $x=\frac{1}{4}$.

(4) $\frac{3y-1}{4}-\frac{5y-7}{6}=1$.

去分母, 得 $3(3y-1)-2(5y-7)=12$.

去括号, 得 $9y-3-10y+14=12$.

移项, 得 $9y-10y=12+3-14$.

合并同类项, 得 $-y=1$.

系数化为 1, 得 $y=-1$.

17. 解析:(1)把 $x=-11$ 代入方程 $\frac{2x+1}{3}=$

$\frac{ax-1}{2}-1$, 得 $\frac{2 \times (-11)+1}{3}=\frac{-11a-1}{2}-1$,

整理得 $-11a=-11$, 解得 $a=1$.

(2)因为 $\frac{2x+1}{3}=\frac{ax-1}{2}-1$,

所以 $2(2x+1)=3(ax-1)-1$ (去分母时 -1 漏乘),

把 $x=-2$ 代入可得 $2 \times (-2 \times 2+1)=3 \times (-2a-1)-1$,

整理得 $6a=2$, 解得 $a=\frac{1}{3}$.

核心素养升级

1. 解析: (1) 方程 $2x-3=1$ 的解为 $x=2$,

方程 $3y+y=-4$ 的解为 $y=-1$,

$x+y=2+(-1)=1$,

所以方程 $2x-3=1$ 与方程 $3y+y=-4$ 互为“美好方程”.

(2) 方程 $x+\frac{m}{2}=0$ 的解为 $x=-\frac{m}{2}$,

方程 $5x=x+8$ 的解为 $x=2$.

因为关于 x 的方程 $x+\frac{m}{2}=0$ 与方程 $5x=x+8$ 互为“美好方程”,

所以 $-\frac{m}{2}+2=1$, 所以 $m=2$.

2. 解析: (1) MN 的长为 $3-(-1)=4$.

(2) 根据题意得 $x-(-1)=3-x$,

解得 $x=1$.

(3) ① 当点 P 在点 M 的左侧时,

根据题意得 $-1-x+3-x=8$.

解得 $x=-3$;

② 当点 P 在点 M 和点 N 之间时, 则 $x-(-1)+3-x=8$, 方程无解, 即点 P 不可能在点 M 和点 N 之间;

③ 当点 P 在点 N 的右侧时, $x-(-1)+x-3=8$.

解得 $x=5$.

综上, x 的值是 -3 或 5 .

(4) 因为运动 t 分钟时, 点 P 到点 M 、点 N 的距离相等, 即 $PM=PN$,

所以点 P 对应的数是 $-t$, 点 M 对应的数是 $-1-2t$, 点 N 对应的数是 $3-3t$.

① 当点 M 和点 N 在点 P 同侧时, 点 M 和点 N 重合,

所以 $-1-2t=3-3t$,

解得 $t=4$, 符合题意;

② 当点 M 和点 N 在点 P 异侧, 点 M 位于点 P 的左侧, 点 N 位于点 P 的右侧时 (因为三个点都向左运动, 出发时点 M 在点 P 左侧, 且点 M 运动的速度

大于点 P 的速度, 所以点 M 永远位于点 P 的左侧),

$MP=-t-(-1-2t)=t+1$, $PN=(3-3t)-(-t)=3-2t$,

所以 $t+1=3-2t$,

解得 $t=\frac{2}{3}$, 符合题意.

综上所述, t 的值为 $\frac{2}{3}$ 或 4 .

3. 解析: (1) 当 $x<5$ 时, 原方程可化为 $2(5-x)=2x+5-x$, 解得 $x=\frac{5}{3}$, 符合 $x<5$; 当 $x\geq 5$ 时, 原方程可化为 $2(x-5)=2x+x-5$, 解得 $x=-5$, 不符合 $x\geq 5$, 舍去. 所以原方程的解为 $x=\frac{5}{3}$.

(2) 当 $x<-1$ 时, 原方程可化为 $2-x+3(x+1)=x-9$, 解得 $x=-14$, 符合 $x<-1$; 当 $-1\leq x<2$ 时, 原方程可化为 $2-x-3(x+1)=x-9$, 解得 $x=\frac{8}{5}$, 符合 $-1\leq x<2$; 当 $x\geq 2$ 时, 原方程可化为 $x-2-3(x+1)=x-9$, 解得 $x=\frac{4}{3}$, 不符合 $x\geq 2$, 舍去. 所以原方程的解为 $x=-14$ 或 $x=\frac{8}{5}$.

(3) 当 $x<-2\ 023$ 时, $|x-8|+|x+2\ 023|=8-x-2\ 023-x=-2\ 015-2x>2\ 031$; 当 $-2\ 023\leq x<8$ 时, $|x-8|+|x+2\ 023|=8-x+2\ 023+x=2\ 031$; 当 $x\geq 8$ 时, $|x-8|+|x+2\ 023|=x-8+2\ 023+x=2\ 015+2x\geq 2\ 031$. 所以 $|x-8|+|x+2\ 023|$ 的最小值为 $2\ 031$.

专题训练四 一元一次方程的应用

基础能力巩固

1. A 解析: 设用 $x\text{ m}^3$ 木材制作桌面, $(6-x)\text{ m}^3$ 木材制作桌腿, 则可制作桌面 $20x$ 个, 制作桌腿 $400(6-x)$ 条,

由一张桌子需 1 个桌面和 4 条桌腿, 可得 $4\times 20x=400(6-x)$.

2. B 解析: 设先安排 x 人工作. 依题意, 得

$$\frac{x}{10}+\frac{2(x+1)}{10}=\frac{4}{5}.$$

3. A 4. C 5. B 6. B 7. B 8. C

9. $5x+45=7x-3$ 10. 3 11. 26 12. 67

13. 解析: 设分配 x 名工人加工金属棒, 则分配 $(18-x)$ 名工人加工卡扣.

$$\text{由题意, 得 } \frac{300x}{12} = \frac{100(18-x)}{8}.$$

解得 $x=6$.

所以 $18-x=18-6=12$.

即应分配 6 名工人加工金属棒, 12 名工人加工卡扣.

14. 解析: 设乙还需要 x 小时才能完成.

$$\text{依题意, 得 } (\frac{1}{15} + \frac{1}{10}) \times 3 + \frac{x}{10} = 1.$$

解得 $x=5$.

经检验, $x=5$ 符合题意.

即乙还需要 5 小时才能完成.

15. 解析: 设此次比赛中勇士队胜了 x 场, 则平了 $(8-x)$ 场.

根据题意, 得 $2x + (8-x) = 13$.

解得 $x=5$.

即此次比赛中勇士队胜了 5 场.

16. 解析: (1) 设该工厂生产 A 种盲盒的工人有 x 名, 则生产 B 种盲盒的工人有 $(1\,000-x)$ 名,

根据题意, 得 $2(1\,000-x) - x = 200$,

解得 $x=600$,

所以 $1\,000-x=1\,000-600=400$ (名).

所以该工厂生产 A 种盲盒工人的人数为 600 名, 生产 B 种盲盒工人的人数为 400 名.

(2) 设安排 y 名工人生产 A 种盲盒, 则安排 $(1\,000-y)$ 名工人生产 B 种盲盒,

$$\text{根据题意, 得 } \frac{20y}{2} = \frac{10(1\,000-y)}{3},$$

解得 $y=250$,

所以 $1\,000-y=1\,000-250=750$ (名).

即该工厂应该安排 250 名工人生产 A 种盲盒, 750 名工人生产 B 种盲盒才能使每天生产的盲盒正好配套.

核心素养升级

1. 解析: 设小车到达 B 地用了 x 小时, 则货车到达 B 地用了 $(x+1)$ 小时.

根据题意得 $80x = 60(x+1)$,

解得 $x=3$,

则 A, B 两地间的路程是 $80 \times 3 = 240$ (km).

2. 解析: 设该学生接温水的时间为 x s,

根据题意可得 $20x \times (60-30) = (280-20x) \times (100-60)$,

解得 $x=8$,

所以 $20 \times 8 = 160$ (mL).

因为 $280-160=120$ (mL),

所以 $120 \div 15 = 8$ (s),

所以该学生接温水的时间为 8 s, 接开水的时间为 8 s.

3. 解析: (1) 设 A 种商品每件的进价是 x 元, 则 B 种商品每件的进价是 $(x-40)$ 元.

由题意, 得 $2x = 3(x-40)$.

解得 $x=120$,

$x-40=120-40=80$.

即 A 种商品每件的进价是 120 元, B 种商品每件的进价是 80 元.

(2) 设购买 A 种商品 a 件, 则购买 B 种商品 $(60-a)$ 件.

由题意得 $120a + 80(60-a) = 5\,800$.

解得 $a=25$, $60-a=35$.

$120 \times 20\% \times 25 + 20 \times 35 = 1\,300$ (元),

所以全部售完共可获利 1 300 元.

4. 解析: (1) 设甲、乙两人合作 x 天能完成剩余采摘工作.

$$\text{根据题意, 可得 } \frac{1}{20} \times 5 + (\frac{1}{20} + \frac{1}{30})x = 1,$$

解得 $x=9$.

所以甲、乙两人合作 9 天能完成剩余采摘工作.

(2) ① 甲单独完成需付采摘费用为 $20 \times 400 = 8\,000$ (元);

② 乙单独完成超过计划天数, 不符合题意;

③ 设甲、乙合作完成需 y 天, 则有 $(\frac{1}{20} + \frac{1}{30})y = 1$,

解得 $y=12$,

所以, 甲、乙合作完成需付采摘费用为 $12 \times (400 + 150) = 6\,600$ (元);

④ 若乙采摘 24 天, 剩余部分由甲采摘完成, 设甲采摘 m 天,

则有 $\frac{1}{30} \times 24 + \frac{1}{20}m = 1$, 解得 $m = 4$,

所以, 该方案需付采摘费用为 $24 \times 150 + 4 \times 400 = 5\,200$ (元).

因为 $8\,000 > 6\,600 > 5\,200$,

所以, 在不超过计划天数的前提下, 完成采摘计划费用最少的方案为乙采摘 24 天, 甲采摘 4 天, 最少费用是 5 200 元.

第七章 相交线与平行线

专题训练五 相交线

基础能力巩固

1. B 2. C 3. D 4. C 5. C 6. D 7. C 8. C

9. $141^\circ 35'$ 10. 118

11. 同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

12. 45

13. 解析: (1) 因为 $AO \perp BC$, 所以 $\angle AOC = 90^\circ$.

因为 $\angle AOE = 65^\circ$, 所以 $\angle COE = \angle AOC - \angle AOE = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$.

(2) 因为 $\angle BOD + \angle DOE + \angle COE = 180^\circ$, $\angle DOE = 90^\circ$, 所以 $\angle BOD + \angle COE = 90^\circ$. 因为 $\angle BOD : \angle COE = 2 : 1$, 所以 $\angle BOD = 2\angle COE$, 所以 $2\angle COE + \angle COE = 90^\circ$, 所以 $\angle COE = 30^\circ$, 所以 $\angle COD = \angle COE + \angle DOE = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$.

14. 解析: (1) $ON \perp CD$. 理由如下: 因为 $OM \perp AB$, 所以 $\angle AOM = \angle BOM = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle AOC = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 2 + \angle AOC = 90^\circ$, 即 $\angle CON = 90^\circ$, 所以 $ON \perp CD$.

(2) 因为 $\angle 1 = \frac{1}{4}\angle BOC$, $\angle 1 + \angle BOM = \angle BOC$, 所以 $\angle BOM = 3\angle 1$. 因为 $\angle BOM = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = 30^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle AOM - \angle 1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 60^\circ$.

15. 解析: (1) 因为 $\angle AOB$ 与 $\angle AOC$ 互为“幸运角”, 所以 $\angle AOB + \angle AOC = 60^\circ$. 因为 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$, 所以 $\angle BOC + 2\angle AOB = 60^\circ$. 因为 $\angle BOC = 10^\circ$, 所以 $\angle AOB = 25^\circ$.

(2) 因为 $\angle AOB$ 与 $\angle AOD$ 互补, 所以 $\angle AOD = 155^\circ$. 因为 $\angle DOM = 4\angle AOM$, $\angle DOM + \angle AOM =$

$\angle AOD$, 所以 $5\angle AOM = \angle AOD = 155^\circ$, 所以 $\angle AOM = 31^\circ$. 因为 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 25^\circ + 10^\circ = 35^\circ$, 所以 $\angle COM = \angle AOC - \angle AOM = 35^\circ - 31^\circ = 4^\circ$.

16. 解析: (1) ① $\angle COD = \angle BOE$. 理由如下: 因为 $\angle BOC = \angle DOE = 90^\circ$, 所以 $\angle BOC + \angle BOD = \angle DOE + \angle BOD$, 即 $\angle COD = \angle BOE$.

② $\angle BOD + \angle COE = 180^\circ$. 理由如下: 因为 $\angle DOE = 90^\circ$, $\angle AOE + \angle DOE + \angle BOD = \angle AOB = 180^\circ$, 所以 $\angle BOD + \angle AOE = 180^\circ - \angle DOE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 所以 $\angle BOD + \angle COE = \angle BOD + \angle AOE + \angle AOC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

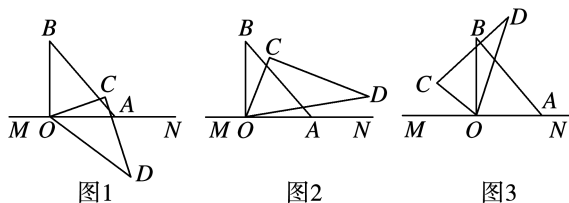
(2) ① $\angle COD = \angle BOE$. 理由如下: 因为 $\angle COD + \angle BOD = \angle BOC = 90^\circ = \angle DOE = \angle BOD + \angle BOE$, 所以 $\angle COD = \angle BOE$.

② $\angle BOD + \angle COE = 180^\circ$ 成立. 理由如下: 因为 $\angle DOE = 90^\circ = \angle BOC$, 所以 $\angle COD + \angle BOD = \angle BOE + \angle BOD = 90^\circ$, 所以 $\angle BOD + \angle COE = \angle BOD + \angle COD + \angle BOE + \angle BOD = \angle BOC + \angle DOE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. 因此 (1) 中的 $\angle BOD$ 和 $\angle COE$ 的关系仍成立.

核心素养升级

1. 解析: (1) 因为 $\angle BOC = \angle BOA - \angle COA$, $\angle AOD = \angle COD - \angle COA$, 所以 $\angle BOC - \angle AOD = (\angle BOA - \angle COA) - (\angle COD - \angle COA) = \angle BOA - \angle COD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

(2) 设 $\angle COA = \alpha$.



当 $0^\circ < \alpha \leq 60^\circ$ 时, 如图 1, 由 (1), 得 $\angle BOC - \angle AOD = 30^\circ$.

当 $60^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ 时, 如图 2, $\angle BOC = 90^\circ - \alpha$, $\angle AOD = \alpha - 60^\circ$, 所以 $\angle BOC + \angle AOD = 90^\circ - \alpha + \alpha - 60^\circ = 30^\circ$.

当 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ 时, 如图 3, $\angle BOC = \alpha - 90^\circ$, $\angle AOD = \alpha - 60^\circ$, 所以 $\angle AOD - \angle BOC = \alpha - 60^\circ -$

$$(\alpha - 90^\circ) = 30^\circ.$$

综上所述, $\angle BOC - \angle AOD = 30^\circ$ 或 $\angle BOC + \angle AOD = 30^\circ$ 或 $\angle AOD - \angle BOC = 30^\circ$.

(3) 因为 $\triangle COD$ 按每分钟 15° 的速度旋转, 所以 OD 按每分钟 15° 的速度旋转. 同理, OB 按每分钟 9° 的速度旋转. 因为 $\angle BOD = \angle BOA + \angle AOD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$, 所以 $150 \div (15 - 9) = 25$ (分钟). 即 25 分钟时, OD 边第一次与 OB 边重合.

2. 解析: (1) 因为 $\angle COD = 90^\circ$, OM 平分 $\angle AOC$, ON 和 OB 重合, 所以 $\angle MOC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle AOB - \angle COD) = \frac{1}{2} (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$, 所以 $\angle MON = \angle MOC + \angle COD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

(2) 因为 OM 平分 $\angle AOC$, ON 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle MOC = \frac{1}{2} \angle AOC$, $\angle DON = \frac{1}{2} \angle BOD$. 因为 $\angle COD = 90^\circ$, 所以 $\angle MOC + \angle DON = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle BOD) = \frac{1}{2} (\angle AOB - \angle COD) = \frac{1}{2} (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$, 所以 $\angle MON = \angle MOC + \angle DON + \angle COD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

(3) 猜想 $\angle MON$ 的度数是 135° . 理由如下:

因为 OM 平分 $\angle AOC$, ON 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle MOC = \frac{1}{2} \angle AOC$, $\angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD$. 因为 $\angle COD = 90^\circ$, 所以 $\angle MOC + \angle BON = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle BOD) = \frac{1}{2} (\angle AOB - \angle COB + \angle BOD) = \frac{1}{2} [\angle AOB - (\angle COD - \angle BOD) + \angle BOD] = \frac{1}{2} (\angle AOB - \angle COD + \angle BOD + \angle BOD) = \frac{1}{2} (180^\circ - 90^\circ + \angle BOD + \angle BOD) = 45^\circ + \angle BOD$, 所以 $\angle MON = \angle MOC + \angle BON + \angle COB = 45^\circ + \angle BOD + \angle COB = 45^\circ + \angle COD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$, 即 $\angle MON$ 的度数是 135° .

3. 解析: (1) 因为 $\angle 3$ 是 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的“减余角”, 所

以 $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 90^\circ$, 所以 $\angle 3 = 13^\circ$.

(2) ① 因为 $\angle B'EC$ 是 $\angle AEB$ 和 $\angle AEB'$ 的“减余角”, 所以 $\angle AEB + \angle AEB' - \angle B'EC = 90^\circ$. 因为 $\angle AEB + \angle AEB' + \angle B'EC = 180^\circ$, 所以 $(\angle AEB + \angle AEB' - \angle B'EC) + (\angle AEB + \angle AEB' + \angle B'EC) = 90^\circ + 180^\circ$, 所以 $\angle AEB + \angle AEB' = 135^\circ$. 由对折得 $\angle AEB = \angle AEB'$, 所以 $\angle AEB = 67.5^\circ$.

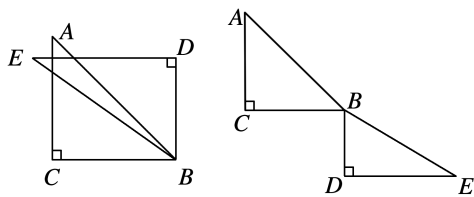
② 存在 $\angle AEB$, $\angle AEC'$, $\angle B'EC$ 中的一个角是其他两个角的“减余角”. 理由如下: 由对折设 $\angle B'EC' = \angle B'EC = \alpha$, $\angle AEC' = \beta$, 所以 $\angle AEB = \alpha + \beta$. 当 $\angle AEB + \angle AEC' - \angle B'EC = 90^\circ$ 时, $\alpha + \beta + \beta - \alpha = 90^\circ$, 所以 $\beta = 45^\circ$. 由平角 $\angle AEB + \angle AEC' + \angle B'EC' + \angle B'EC = 180^\circ$, 所以 $\alpha + \beta + \beta + 2\alpha = 180^\circ$, 所以 $\alpha = 30^\circ$, 所以 $\angle AEB = \alpha + \beta = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$.

当 $\angle AEB + \angle B'EC - \angle AEC' = 90^\circ$ 时, $\alpha + \beta + \alpha - \beta = 90^\circ$, 所以 $\alpha = 45^\circ$. 由平角 $\angle AEB + \angle AEC' + \angle B'EC' + \angle B'EC = 180^\circ$, 所以 $\alpha + \beta + \beta + 2\alpha = 180^\circ$, 所以 $\beta = 22.5^\circ$, 所以 $\angle AEB = \alpha + \beta = 45^\circ + 22.5^\circ = 67.5^\circ$. 综上所述, $\angle AEB = 75^\circ$ 或 67.5° .

4. 解析: (1) 根据图示, 得 $\angle CBD = \angle CBA + \angle EBD = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$.

(2) $\angle ABE = 15^\circ$ 或 $\angle ABE = 165^\circ$. 理由如下:

如下左图, 因为 $BD \perp BC$, 所以 $\angle CBD = 90^\circ$. 因为 $\angle DBE = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$, 所以 $\angle ABE = \angle EBD + \angle ABC - \angle CBD = 60^\circ + 45^\circ - 90^\circ = 15^\circ$.



如上右图, 因为 $BD \perp BC$, 所以 $\angle CBD = 90^\circ$. 因为 $\angle DBE = 60^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$, 所以 $\angle ABE = 360^\circ - (\angle EBD + \angle ABC + \angle CBD) = 360^\circ - (60^\circ + 45^\circ + 90^\circ) = 165^\circ$.

(3) 当边 BE 在边 AB 右侧时, 如图 3. 设 $\angle ABE = \alpha$, 则有 $2\alpha = \alpha + 60^\circ$, 解得 $\alpha = 60^\circ$, 或者 $\alpha = 2(\alpha - 60^\circ)$ 解得 $\alpha = 120^\circ$.

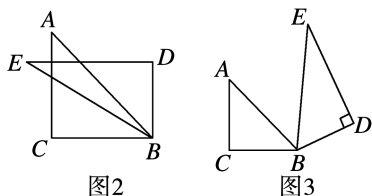


图2

图3

当边 BE 在边 AB 左侧时,如图 2. 设 $\angle ABE = \beta$, 则有 $\beta + 2\beta = 60^\circ$, 解得 $\beta = 20^\circ$, 或者 $\beta = 2(60^\circ - \beta)$, 解得 $\beta = 40^\circ$. 综上分析, $\angle ABE$ 的度数为 $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 120^\circ$.

专题训练六 平行线

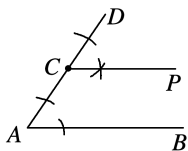
基础能力巩固

1. C 2. A 3. D 4. C 5. A 6. C 7. C 8. A

9. 内错角相等 10. 134° 11. 50°

12. $180^\circ - \alpha - \beta$

13. 解析:如图, $\angle DCP$ 即为所作.



14. 解析:(1) 因为 $\angle 1 = \angle C$, 所以 $BE \parallel CF$, 所以 $\angle B = \angle 2 = 55^\circ$.

(2) 证明: 因为 $BE \perp DF$, 所以 $\angle DPE = 90^\circ$. 因为 $BE \parallel CF$, 所以 $\angle CFD = \angle DPE = 90^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle BFD = 180^\circ - \angle CFD = 90^\circ$. 因为 $\angle 2 + \angle D = 90^\circ$, 所以 $\angle BFD = \angle D$, 所以 $AB \parallel CD$.

15. 解析:(1) 因为 $DF \parallel OA$, $\angle AOB = 45^\circ$,

所以 $\angle PDB = \angle AOB = 45^\circ$.

(2) 因为 $CE \parallel OB$, 所以 $\angle CPD = \angle PDB$. 因为 $DF \parallel OA$, 所以 $\angle PDB = \angle AOB$, 所以 $\angle AOB = \angle CPD$. 因为 $\angle CPD = 45^\circ$, 所以 $\angle AOB = 45^\circ$.

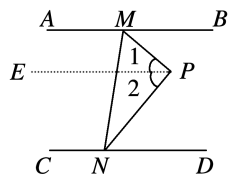
(3) 相等. 理由如下: 因为 $CE \parallel OB$, $DF \parallel OA$, 所以 $\angle OCP + \angle AOB = 180^\circ$, $\angle CPD + \angle ODP = 180^\circ$. 因为 $\angle AOB = \angle CPD$, 所以 $\angle OCP = \angle ODP$.

16. 解析:(1) 证明: 因为 OC 平分 $\angle AOF$, OD 平分 $\angle BOF$, 所以 $\angle COF = \frac{1}{2} \angle AOF$, $\angle DOF = \frac{1}{2} \angle BOF$. 因为 $\angle AOF + \angle BOF = 180^\circ$, 所以 $\angle COF + \angle DOF = \frac{1}{2} (\angle AOF + \angle BOF) = 90^\circ$, 所以 $OC \perp OD$.

OD .

(2) 由 (1), 知 $OC \perp OD$, 所以 $\angle COD = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle DOB = 90^\circ$. 因为 $\angle D + \angle 1 = 90^\circ$, 所以 $\angle D = \angle DOB$, 所以 $ED \parallel AB$.

17. 解析:(1) 如图, 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 所以 $\angle BMP = \angle 1$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $PE \parallel CD$, 所以 $\angle DNP = \angle 2$. 因为 $\angle MPN = 90^\circ$, 所以 $\angle BMP + \angle DNP = \angle 1 + \angle 2 = \angle MPN = 90^\circ$.



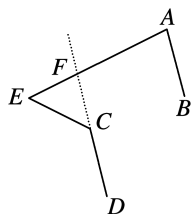
(2) 因为 NP 平分 $\angle DNM$, $\angle MNP = 30^\circ$, 所以 $\angle MND = 2 \angle MNP = 60^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AMN = \angle MND = 60^\circ$. 因为 $\angle NMP = 60^\circ$, 所以 $\angle AMN = \angle NMP$, 所以 MN 平分 $\angle AMP$.

(3) $\angle MEN = \frac{1}{2} \angle MPN$. 理由如下: 因为 ME 平分 $\angle AMP$, 所以 $\angle EMP = \frac{1}{2} \angle AMP = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BMP) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BMP$. 因为 $\angle NMP = 60^\circ$, 所以 $\angle EMN = \angle EMP - \angle NMP = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BMP - 60^\circ = 30^\circ - \frac{1}{2} \angle BMP$. 因为 FN 平分 $\angle PND$, 所以 $\angle PNF = \frac{1}{2} \angle PND$. 因为 $\angle MNP = 30^\circ$, 所以 $\angle MNF = \angle MNP + \angle PNF = 30^\circ + \frac{1}{2} \angle PND$. 因为 $\angle MNF = \angle MEN + \angle EMN$, 所以 $\angle MEN = \angle MNF - \angle EMN = 30^\circ + \frac{1}{2} \angle PND - (30^\circ - \frac{1}{2} \angle BMP) = \frac{1}{2} (\angle PND + \angle BMP)$. 由 (1) 可知 $\angle BMP + \angle PND = \angle MPN$, 所以 $\angle MEN = \frac{1}{2} \angle MPN$.

核心素养升级

1. 解析:如图, 延长 DC 交 AE 于点 F . 因为 $AB \parallel CD$, $\angle BAE = 77^\circ$, 所以 $\angle BAE = \angle CFE = 77^\circ$. 因为

$\angle DCE = 131^\circ$, $\angle DCE + \angle ECF = 180^\circ$, 所以 $\angle ECF = 49^\circ$. 因为 $\angle ECF + \angle CFE + \angle E = 180^\circ$, 所以 $\angle E = 180^\circ - 49^\circ - 77^\circ = 54^\circ$.



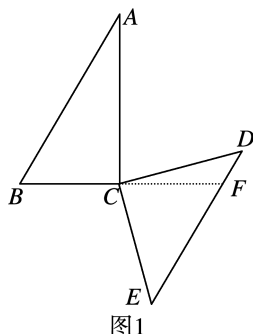
2. 解析: 因为扶手 AB 与底座 CD 都平行于地面, 所以 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BOD = \angle ODC = 32^\circ$. 又因为 $\angle EOF = 90^\circ$, 所以 $\angle AOE = 58^\circ$. 因为 $DM \parallel OE$, 所以 $\angle AND = \angle AOE = 58^\circ$, 所以 $\angle ANM = 180^\circ - \angle AND = 122^\circ$.

3. 解析: (1) $\angle 1 = \angle 3$. 理由如下: 因为 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$.

(2) 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,

所以 $\angle 1 + 2\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. 又因为 $\angle BCE = 120^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 120^\circ$, 所以 $\angle 2 = 60^\circ$.

(3) ① 延长 BC 交 DE 于点 F , 如图 1 所示. 因为 $\angle B = 60^\circ$, $DE \parallel AB$, 点 D 在直线 BC 的上方, 所以 $\angle DFC = 180^\circ - \angle B = 120^\circ$. 因为 $\angle D = \angle E = 45^\circ$, 所以 $\angle DCF = 180^\circ - (\angle DFC + \angle D) = 180^\circ - (120^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$, 所以 $\angle BCD = 180^\circ - \angle DCF = 165^\circ$.



② 因为改变三角尺 DCE 的位置, 且点 D 在直线 BC 的上方, 所以两块三角尺存在一组边互相平行的情况有以下五种:

(I) 当 $CE \parallel AB$ 时, 如图 2 所示, 则 $\angle ACE = \angle A = 30^\circ$.

由 (1) 可知 $\angle BCD = \angle ACE = 30^\circ$;

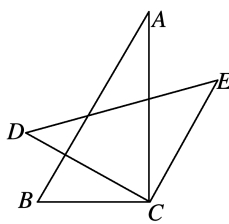


图2

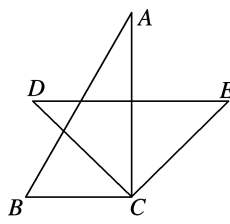


图3

(II) 当 $DE \parallel BC$ 时, 如图 3 所示, 则 $\angle BCD = \angle D = 45^\circ$;

(III) 当 $CD \parallel AB$ 时, 如图 4 所示, 则 $\angle ACD = \angle A = 30^\circ$. 所以 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 120^\circ$;

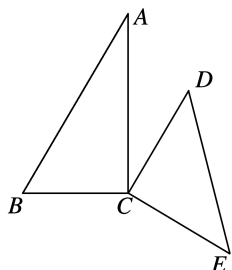


图4

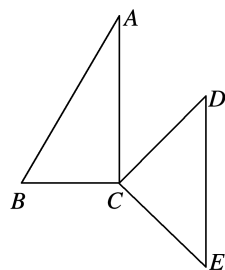


图5

(IV) 当 $DE \parallel AC$ 时, 如图 5 所示, 则 $\angle ACD = \angle D = 45^\circ$. 所以 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 135^\circ$;

(V) 当 $DE \parallel AB$ 时, 与 (3) ① 相同, $\angle BCD = 165^\circ$.

综上所述, $\angle BCD$ 的度数为 30° 或 45° 或 120° 或 135° 或 165° .

4. 解析: (1) $\angle BAD = \angle CAE$

(2) 如图 1, 过点 C 作 $CF \parallel AB$. 因为 $AB \parallel DE$, 所以 $CF \parallel DE$, 所以 $\angle D + \angle FCD = 180^\circ$. 因为 $CF \parallel AB$, 所以 $\angle B + \angle BCF = 180^\circ$. 因为 $\angle B + \angle BCF + \angle FCD + \angle D = 360^\circ$, 所以 $\angle B + \angle BCD + \angle D = 360^\circ$.

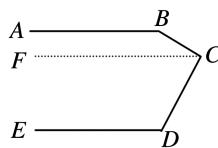


图1

(3) ① 如图 2, 过点 E 作 $EF \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel EF$, 所以 $\angle ABE = \angle BEF$, $\angle CDE = \angle DEF$. 因为 BE 平分 $\angle ABC$, DE 平分 $\angle ADC$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ADC = 70^\circ$, 所以 $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$, $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle ADC = 35^\circ$. 所以 $\angle BED =$

$$\angle BEF + \angle DEF = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ.$$

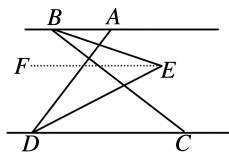


图2

②如图3,过点E作 $EF \parallel AB$.

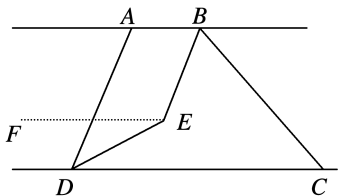


图3

因为BE平分 $\angle ABC$,DE平分 $\angle ADC$, $\angle ABC = n^\circ$, $\angle ADC = 70^\circ$,所以 $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} n^\circ$,
 $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle ADC = 35^\circ$.因为 $AB \parallel CD$,所以 $AB \parallel CD \parallel EF$,所以 $\angle BEF = 180^\circ - \angle ABE = 180^\circ - \frac{1}{2} n^\circ$,
 $\angle CDE = \angle DEF = 35^\circ$.所以 $\angle BED = \angle BEF + \angle DEF = 180^\circ - \frac{1}{2} n^\circ + 35^\circ = 215^\circ - \frac{1}{2} n^\circ$.

第八章 整式的乘除

专题训练七 幂的乘除

基础能力巩固

1. B 2. D 3. D 4. D 5. C 6. D 7. B 8. A

9. $\frac{8m^4}{n^5}$ 10. 4 11. -8 12. -1 或 2 或 3

13. 解析:(1) ① $8^{2024} \times (-0.125)^{2024} = [8 \times (-0.125)]^{2024} = (-1)^{2024} = 1$.

② $(\frac{12}{5})^{11} \times (\frac{5}{6})^{13} \times (\frac{1}{2})^{12} = (\frac{12}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{2})^{11} \times (\frac{5}{6})^2 \times \frac{1}{2} = 1^{11} \times \frac{25}{36} \times \frac{1}{2} = 1 \times \frac{25}{36} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{72}$.

(2) 因为 $3 \times 9^n \times 81^n = 3^{25}$,所以 $3 \times (3^2)^n \times (3^4)^n = 3^{25}$,所以 $3 \times 3^{2n} \times 3^{4n} = 3^{25}$,即 $3^{1+2n+4n} = 3^{25}$.所以 $1+2n+4n=25$,解得 $n=4$.

14. 解析:(1) 原式 $= 3 \times (3^3)^m \div (3^2)^m = 3 \times 3^{3m} \div 3^{2m} = 3^{3m+1-2m} = 3^{m+1}$,即 $3^{m+1} = 3^{16}$,则 $m+1=16$,即 $m=15$.

(2) $a^{3x-2y} = a^{3x} \div a^{2y} = (a^x)^3 \div (a^y)^2 = -8 \div 9 =$

$$-\frac{8}{9}.$$

(3) 原式 $= 9(x^{2n})^3 - 4(x^{2n})^2 = 9 \times 4^3 - 4 \times 4^2 = 512$.

15. 解析:(1) 因为 $2 \times 4^x \times 32^x = 8^{12}$,所以 $2 \times 2^{2x} \times 2^{5x} = 2^{36}$,即 $2^{1+7x} = 2^{36}$.所以 $1+7x=36$,解得 $x=5$.

(2) 因为 $5^{x+2} + 5^{x+1} = 750$,所以 $5 \times 5^{x+1} + 5^{x+1} = 6 \times 125$,所以 $6 \times 5^{x+1} = 6 \times 5^3$,即 $5^{x+1} = 5^3$.所以 $x+1=3$,解得 $x=2$.

16. 解析:(1) $2 \times 1 = (2^1)^1 + (1^2)^{2025} = 2 + 1 = 3$.

(2) 因为 $1 \times 4 = 10$, $2 \times 2 = 15$,所以 $(1^4)^m + (4^1)^n = 10$, $(2^2)^m + (2^2)^n = 15$.整理,得 $4^n = 9$, $4^m + 4^n = 15$,解得 $4^m = 6$.所以 $4^{2m+n-1} = 4^{2m} \times 4^n \div 4 = (4^m)^2 \times 4^n \div 4 = 6^2 \times 9 \div 4 = 81$.

17. 解析:(1) 因为 $3^{44} = (3^4)^{11} = 81^{11}$, $4^{33} = (4^3)^{11} = 64^{11}$, $5^{22} = (5^2)^{11} = 25^{11}$, $81 > 64 > 25$,所以 $3^{44} > 4^{33} > 5^{22}$.

(2) 因为 $81^{31} = (3^4)^{31} = 3^{124}$, $27^{41} = (3^3)^{41} = 3^{123}$, $9^{61} = (3^2)^{61} = 3^{122}$, $124 > 123 > 122$,所以 $81^{31} > 27^{41} > 9^{61}$.

核心素养升级

1. 解析:(1) $1.5 \times 10^2 \times 1.2 \times 10^2 \times 0.8 \times 10^2 = (1.5 \times 1.2 \times 0.8) \times (10^2 \times 10^2 \times 10^2) = 1.44 \times 10^6 (\text{cm}^3)$.

(2) $(1.2 \times 10^8) \div (3 \times 10^4) = (1.2 \div 3) \times (10^8 \div 10^4) = 0.4 \times 10^4 = 4 \times 10^3 (\text{千克})$.

2. 解析:光纤的横截面积为 $1 \times \pi \times (\frac{80 \times 10^{-3}}{2})^2 \div (400 \times 10^3) = 4\pi \times 10^{-9} (\text{m}^2)$,所以 $(1 \times 10^{-4}) \div (4\pi \times 10^{-9}) \approx 8.0 \times 10^3$.

3. 解析:(1) 因为 $3^3 = 27$,所以 $(3, 27) = 3$.因为 $5^0 = 1$,所以 $(5, 1) = 0$.因为 $2^{-2} = \frac{1}{4}$,所以 $(2, \frac{1}{4}) = -2$.

(2) 成立.理由如下:设 $(3, 4) = x$, $(3, 5) = y$,则 $3^x = 4$, $3^y = 5$,所以 $3^{x+y} = 3^x \cdot 3^y = 20$,所以 $(3, 20) = x+y$,所以 $(3, 4) + (3, 5) = (3, 20)$.

4. 解析:(1) 根据题意,得 $3 = \log_4 64$.

(2) 设 $\log_a M = m$, $\log_a N = n$,则 $M = a^m$, $N = a^n$,所以 $\frac{M}{N} = a^m \div a^n = a^{m-n}$,由对数的定义,得 $m-n =$

$\log_a \frac{M}{N}$.又因为 $m-n = \log_a M - \log_a N$,所以 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$.

$$(3) \log_3 2 + \log_3 6 - \log_3 4 = \log_3 (2 \times 6) - \log_3 4 = \log_3 12 - \log_3 4 = \log_3 \frac{12}{4} = \log_3 3 = 1.$$

专题训练八 整式的乘除

基础能力巩固

1. B 2. D 3. D 4. A 5. A 6. A 7. D

8. $18x - 6y$

9. $-32x^8y^6$ 解析: 因为单项式 $-2^2x^{2m}y^3$ 与 $2^3x^4y^{n+1}$ 的差是一个单项式, 所以单项式 $-2^2x^{2m}y^3$ 与 $2^3x^4y^{n+1}$ 是同类项, 所以 $2m = 4, n + 1 = 3$, 解得 $m = 2, n = 2$, 则 $-2^2x^4y^3 \cdot 2^3x^4y^3 = -32x^8y^6$.

10. $2a - 3b + 1$ 解析: 根据题意, 得宽为 $(6a^2 - 9ab + 3a) \div 3a = 2a - 3b + 1$.

11. $(4a^2 - b^2)m^2$ 32 m^2 解析: 由题意可知, 平行四边形的面积为 $a(2a - b)$ 平方米, 长方形的面积为 $(3a + b)(2a - b)$ 平方米, 所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{长方形}} - S_{\text{平行四边形}} = (3a + b)(2a - b) - a(2a - b) = 6a^2 - 3ab + 2ab - b^2 - 2a^2 + ab = 6a^2 - 2a^2 + 2ab + ab - 3ab - b^2 = (4a^2 - b^2)m^2$. 当 $a = 3, b = 2$ 时, 绿化面积 $S = 4 \times 3^2 - 2^2 = 4 \times 9 - 4 = 36 - 4 = 32(m^2)$.

12. 解析: (1) $2(a^2)^3 \cdot a^3 - (3a^3)^3 + (4a^7) \cdot a^2 = 2a^6a^3 - 27a^9 + 4a^9 = 2a^9 - 27a^9 + 4a^9 = -21a^9$.

(2) $x(x^2 + x - 1) - (2x^2 - 1)(x - 4) = x^3 + x^2 - x - 2x^3 + 8x^2 + x - 4 = -x^3 + 9x^2 - 4$.

(3) $(\frac{2}{3}a^4b^7 - \frac{1}{9}a^2b^6) \div (-\frac{1}{3}ab^2)^2 = (\frac{2}{3}a^4b^7 - \frac{1}{9}a^2b^6) \div \frac{1}{9}a^2b^4 = 6a^2b^3 - b^2$.

13. 解析: (1) $(2a - b)(a + 2b) - 2a(a - b) = 2a^2 + 4ab - ab - 2b^2 - 2a^2 + 2ab = 5ab - 2b^2$. 当 $a = -2, b = 1$ 时, 原式 $= -10 - 2 = -12$.

(2) 原式 $= 2x^2y - \frac{1}{2}x^2y^2 - 2x^2y + 1 = -\frac{1}{2}x^2y^2 + 1$.

1. 当 $x = 2, y = -1$ 时, 原式 $= -\frac{1}{2} \times 2^2 \times (-1)^2 + 1 = -2 + 1 = -1$.

14. 解析: 由图可得, $2x - 3 + (x - 4) \times (-2) = 2x - 3 - 2x + 8 = 5$. 结果为 5, 不含 x , 所以不论 x 取何值, 输出的结果都是一样的.

15. 解析: (1) $2x^3 - 3xy^2 - 2(\frac{1}{2}x^3 + y^3) + (-x^3 +$

$3xy^2 + y^3) = 2x^3 - 3xy^2 - x^3 - 2y^3 - x^3 + 3xy^2 + y^3 = -y^3$. 因为化简的结果中不含 x , 所以原式的值与 x 的取值无关, 所以他计算的结果是正确的.

(2) 当 $x = 2, y = -1$ 时, 原式 $= -(-1)^3 = -(-1) = 1$.

16. 解析: (1) 因为 $A = 3x^2 - 3mx + 2y, B = 2nx^2 - 3x + 3y$, 所以 $A + B = 3x^2 - 3mx + 2y + 2nx^2 - 3x + 3y = (3 + 2n)x^2 + (-3m - 3)x + 5y$. 因为 $A + B$ 的值与 x 的取值无关, 所以 $3 + 2n = 0, -3m - 3 = 0$, 解得 $n = -\frac{3}{2}, m = -1$.

(2) $m^2n - 2(\frac{1}{2}m^2n + 4n) + 3(2m^2n + n) = m^2n - m^2n - 8n + 6m^2n + 3n = 6m^2n - 5n$.

当 $n = -\frac{3}{2}, m = -1$ 时, 原式 $= 6 \times (-1)^2 \times (-\frac{3}{2}) - 5 \times (-\frac{3}{2}) = 6 \times 1 \times (-\frac{3}{2}) - 5 \times (-\frac{3}{2}) = -9 + \frac{15}{2} = -\frac{3}{2}$.

核心素养升级

1. 解析: (1) 根据题意, 得 $(2a - b)(2a + 4b) - 4(a - b)^2 = 4a^2 + 8ab - 2ab - 4b^2 - 4(a^2 - 2ab + b^2) = 4a^2 + 6ab - 4b^2 - 4a^2 + 8ab - 4b^2 = (14ab - 8b^2)$ 平方米.

(2) 根据题意, 得 $(14ab - 8b^2) \div 8b \times 200 = (\frac{7}{4}a - b) \times 200 = (350a - 200b)$ 元.

2. 解析: (1) ① $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$; ② $(x + 2)(x - 3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$; ③ $(x - 2)(x + 3) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6$; ④ $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 3x - 2x + 6 = x^2 - 5x + 6$.

(2) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$.

(3) $(x + a)(x + b) = x^2 + mx + 5$, 所以 $x^2 + (a + b)x + ab = x^2 + mx + 5$, 所以 $a + b = m, ab = 5$. 因为 a, b, m 均为整数, 所以 $a = 1, b = 5$ 或 $a = -1, b = -5$ 或 $a = 5, b = 1$ 或 $a = -5, b = -1$. 当 $a = 1, b = 5$ 时, $m = a + b = 1 + 5 = 6$; 当 $a = -1, b = -5$ 时, $m = a + b = -1 - 5 = -6$; 当 $a = 5, b = 1$ 时, $m = a + b = 5 + 1 = 6$; 当 $a = -5, b = -1$ 时, $m = a + b = -5 - 1 = -6$.

综上, m 的所有可能值为 6 或 -6.

3. 解析: (1) 图 2 中, 从“整体”上看是边长为 $a+b$ 的正方形, 因此面积为 $(a+b)^2$. 组成“整体”的四部分的面积和为 $a^2+2ab+b^2$, 因此有 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

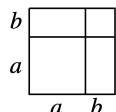


图2

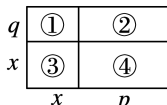


图3

(2) 如图 3, “整体”上是长为 $x+p$ 、宽为 $x+q$ 的长方形, 因此面积为 $(x+p)(x+q)$. 而组成大长方形的四部分的面积和为 $x^2+(p+q)x+pq$, 因此有 $(x+p)(x+q)=x^2+(p+q)x+pq$.

4. 解析: (1) 根据长方形的面积公式可得 $S_1=(m+5)(m+1)=m^2+6m+5$, $S_2=(m+4)(m+2)=m^2+6m+8$.

(2) $S_1-S_2=m^2+6m+5-(m^2+6m+8)=m^2+6m+5-m^2-6m-8=-3<0$, 故 $S_1<S_2$.

(3) 正方形的周长为 $C=2\times(m+5+m+1+m+4+m+2)=8m+24$, 所以正方形的边长为 $C\div 4=(8m+24)\div 4=2m+6$, 所以 $S_3=(2m+6)\cdot(2m+6)=4m^2+24m+36$, 所以 $S_3-2(S_1+S_2)=4m^2+24m+36-2\times(m^2+6m+5+m^2+6m+8)=4m^2+24m+36-2\times(2m^2+12m+13)=10$, 故 S_3 与 $2(S_1+S_2)$ 的差是定值, 定值为 10.

专题训练九 乘法公式

基础能力巩固

1. D 2. B 3. D 4. B 5. A 6. C 7. A 8. B

9. 1 10. 11 11. $\frac{ab\pi}{2}$ 12. 20

13. 解析: (1) $125^2-123\times 127=125^2-(125-2)\times(125+2)=125^2-125^2+2^2=4$.

(2) $2\ 024^2-40\times 2\ 024+400=2\ 024^2-2\times 20\times 2\ 024+20^2=(2\ 024-20)^2=2\ 004^2=4\ 016\ 016$.

14. 解析: (1) $(3x-1)(2x+3)-(-3x)^2=6x^2-2x+9x-3-9x^2=-3x^2+7x-3$.

(2) $(a-2b)(-2b-a)-(a-2b)^2=-(a^2-4b^2)-(a^2-4ab+4b^2)=-a^2+4b^2-a^2+4ab-4b^2=4ab-2a^2$.

(3) $[2(x-y)]^2-(16x^2y^4-12x^3y^3)\div(2xy)^2=$

$4(x-y)^2-(16x^2y^4-12x^3y^3)\div 4x^2y^2=4x^2-8xy+4y^2-(16x^2y^4-12x^3y^3)\div 4x^2y^2=4x^2-8xy+4y^2-(4y^2-3xy)=4x^2-8xy+4y^2-4y^2+3xy=4x^2-5xy$.

15. 解析: (1) $(x-1)(2x+1)-2(x-5)(x+5)=2x^2+x-2x-1-2(x^2-25)=2x^2+x-2x-1-2x^2+50=49-x$.

当 $x=\frac{1}{5}$ 时, 原式 $=49-\frac{1}{5}=48\frac{4}{5}$.

(2) $(a^2b-2ab^2-b^3)\div b-(a-b)(a+b)=a^2-2ab-b^2-(a^2-b^2)=a^2-2ab-b^2-a^2+b^2=-2ab$.

当 $a=\frac{1}{3}, b=-\frac{1}{2}$ 时, 原式 $=-2\times\frac{1}{3}\times(-\frac{1}{2})=\frac{1}{3}$.

(3) $(a-3b)^2-(a+b)(a-b)+(4ab^2-2b^3)\div b=a^2-6ab+9b^2-a^2+b^2+4ab-2b^2=a^2-a^2+9b^2+b^2-2b^2+4ab-6ab=8b^2-2ab$.

当 $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{4}$ 时, 原式 $=8\times(-\frac{1}{4})^2-2\times\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{4})=8\times\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

16. 解析: $\begin{vmatrix} 5 & 7xy-x^2 \\ 2xy-3x^2+1 & -xy+x^2 \end{vmatrix}$

$=5\times(-xy+x^2)+3(7xy-x^2)-2(2xy-3x^2+1)=-5xy+5x^2+21xy-3x^2-4xy+6x^2-2=12xy+8x^2-2$.

17. 解析: (1) $(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+2ab+b^2-(a^2-2ab+b^2)=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2=4ab$.

(2) ① 因为 $m+n=8, mn=12$, 所以 $(m-n)^2=(m+n)^2-4mn=8^2-4\times 12=16$, 所以 $m-n=\pm 4$.

② 因为 $(2m+n)^2=13, (2m-n)^2=5$, 所以 $(2m+n)^2-(2m-n)^2=(2m+n-2m+n)(2m+n+2m-n)=2n\times 4m=8mn=13-5=8$, 所以 $mn=1$.

核心素养升级

1. 解析: (1) $63\times 67=4\ 221, 95^2=95\times 95=9\ 025$.

(2) 如果两个两位数的十位数字相同, 个位上的数字的和等于 10, 那么它们的积是一个四位数, 积的

前两位是十位数字乘比它大1的数字,积的后两位是个位数字的积.

(3)设十位上的数字为 a ,个位上的数字为 b ,则上述规律可表示为 $(10a+b)[10a+(10-b)]=100a(a+1)+b(10-b)$.

证明:因为 $(10a+b)[10a+(10-b)]=(10a+b)\times 10a+(10a+b)(10-b)=100a^2+10ab+100a-10ab+10b-b^2=100a^2+100a+10b-b^2=100a(a+1)+b(10-b)$,所以左边=右边,所以 $(10a+b)[10a+(10-b)]=100a(a+1)+b(10-b)$ 成立.

2. 解析:验证:(1) $(-1)^2-(-3)^2=1-9=-8=4\times(-2)$,即 $(-1)^2-(-3)^2$ 的结果是4的 (-2) 倍.

(2)因为三个连续的整数中间的一个数为 n ,则最大的数为 $(n+1)$,最小的数为 $(n-1)$,则 $(n+1)^2-(n-1)^2=[(n+1)+(n-1)][(n+1)-(n-1)]=4n$.又因为 n 是整数,所以任意三个连续的整数中,最大数与最小数的平方差是4的倍数.

延伸:设中间一个奇数为 n ,则最大的奇数为 $n+2$,最小的奇数为 $n-2$,则 $(n+2)^2-(n-2)^2=[(n+2)+(n-2)][(n+2)-(n-2)]=8n$.又因为 n 是整数,所以任意三个连续的奇数中,最大的数与最小的数的平方差是8的倍数.

3. 解析:(1)方法1:阴影部分的面积是两个正方形的面积和,即 a^2+b^2 ;方法2:用边长为 $(a+b)$ 的大正方形面积减去两个长为 a 、宽为 b 的长方形面积,即 $(a+b)^2-2ab$.

(2)由(1)中两种方法表示面积相等可得 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$.

(3)①因为 $\frac{1}{2}xy=3$,所以 $xy=6$.又因为 $x+y=6$,所以 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=6^2-2\times 6=36-12=24$.

②设 $a=2\ 021-x$, $b=x-2\ 024$,则 $a^2+b^2=49$, $a+b=-3$,所以原式 $=ab=[(a+b)^2-(a^2+b^2)]\div 2=-20$.

4. 解析:(1)由图2可知,大正方形的面积为 $(a+b)^2$,又可以为 $a^2+2ab+b^2$,所以 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

(2)因为 $(2a+b)(3a+2b)=6a^2+4ab+3ab+$

$2b^2=6a^2+7ab+2b^2$,所以要拼出一个面积为 $(2a+b)(3a+2b)$ 的矩形,则需要A种纸片6张、B种纸片2张、C种纸片7张.

(3)由题意,知 $x-y=DG=BE=2$, $x^2+y^2=34$,则 $(x-y)^2=4=x^2+y^2-2xy$,则 $2xy=30$.所以 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=34+30=64$,所以 $x+y=8$ (负值舍去).图中两个阴影三角形的面积和为 $\frac{1}{2}\times 2y+\frac{1}{2}x(x-y)=y+\frac{1}{2}x\times 2=y+x=8$.

第九章 变量之间的关系

专题训练十 用表格和关系式表示变量之间的关系

基础能力巩固

1. A 2. B 3. D 4. B 5. A 6. B 7. C

8. $y=-2x+37$ 9. 450 10. $t=\frac{1\ 000}{v}$ 11. 10

12. 解析:(1) $S=x\times\frac{20-2x}{2}=-x^2+10x$. 周长

20 cm是常量;一边长 x cm、面积 S cm^2 是变量.

(2)当 $x=6$ 时, $S=-x^2+10x=-6^2+10\times 6=24$.

13. 解析:(1) $V=\pi\cdot 3^2\cdot h=9\pi h$.

(2)当 $h=3$ cm时, $V=27\pi\text{ cm}^3$;当 $h=6$ cm时, $V=54\pi\text{ cm}^3$. $54\pi-27\pi=27\pi(\text{cm}^3)$,所以圆柱的体积 V 增大 $27\pi\text{ cm}^3$.

14. 解析:(1)由题意得,上表反映了电话费和通话时间两个变量之间的函数关系,其中通话时间是自变量,电话费是因变量.

(2)由题意得,每通话1分钟收取话费0.6元.设通话时间为 t (分钟)时收取话费 y (元),得 $y=0.6t$.所以当 $t=10$ 时, $y=0.6\times 10=6$ (元).

15. 解析:(1)在这个变化中,自变量是小正方形的边长,因变量是阴影部分的面积.

(2) y 与 x 之间的关系式为 $y=10^2-4x^2=100-4x^2$.当 $x=3$ cm时,阴影部分的面积为 $100-4\times 3^2=64(\text{cm}^2)$.

16. 解析:(1)根据题意可以计算:当立柱根数为3时,护栏总长度为 $3.2\times 3-3=6.6$ (米);当立柱根数为5时,护栏总长度为 $3.2\times 5-3=13$ (米).

(2)由题意得 y 与 x 之间的关系式为 $y=(0.2+$

3) $x-3=3, 2x-3$.

(3) 当 $y=93$ 时, $3.2x-3=93$, 解得 $x=30$. 即护栏总长度为 93 米时立柱的根数为 30.

核心素养升级

1. 解析: (1) $\frac{45-31.5}{60}=0.225$ (升/千米), 即该车平均每千米耗油 0.225 升.

(2) 由题意, 得 $Q=45-0.225x$.

(3) 当 $x=200$ 时, $Q=45-0.225 \times 200=0$.

因为 $0 < 3$, 所以他们不能在汽车报警前回到家.

2. 解析: (1) ① 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y=2.5x$.

② 当 $x > 10$ 时, $y=2.5 \times 10 + 3.5(x-10) = 3.5x-10$.

(2) 当 $x=6$ 时, $y=2.5 \times 6=15$ (元), 即应交水费 15 元.

(3) $2.5 \times 10=25$ (元), $32 > 25$, 即可得出该户居民月用水量超出 10 立方米. 当 $y=32$ 时, $3.5x-10=32$, 解得 $x=12$, 即该户居民用水 12 立方米.

3. 解析: (1) 根据题意可得, 第 2 个图案中白色小正方形有 $3 \times 5 - 2 = 13$ (个); 第 3 个图案中白色小正方形有 $3 \times 7 - 3 = 18$ (个). y 与 x 之间的关系式为 $y=(2x+1) \times 3 - x = 5x+3$.

(2) 不存在这样的图案. 理由如下: 设存在这样的图案, 使白色小正方形的个数为 2 024, 则 $5x+3=2\ 024$, 解得 $x=\frac{2\ 021}{5}$. 因为 $\frac{2\ 021}{5}$ 不是整数, 所以不存在这样的图案, 使白色小正方形的个数为 2 024.

4. 解析: (1) 根据图形可得出: 2 节链条的长度为 $2.5 \times 2 - 0.8 = 4.2$ (cm), 3 节链条的长度为 $2.5 \times 3 - 0.8 \times 2 = 5.9$ (cm), 4 节链条的长度为 $2.5 \times 4 - 0.8 \times 3 = 7.6$ (cm).

(2) 由 (1) 可得 x 节链条的长度为 $y=2.5x-0.8(x-1)=1.7x+0.8$, 所以 y 与 x 之间的关系式为 $y=1.7x+0.8$.

(3) 因为自行车上的链条为环形, 在展直的基础上还要缩短 0.8 cm, 故这辆自行车链条的总长度为 $1.7 \times 80 = 136$ (cm). 所以 80 节这样的链条总长度是 136 cm.

专题训练十一 用图象表示变量之间的关系

基础能力巩固

1. C 2. C 3. C 4. C 5. D 6. B 7. B 8. B
9. 299.6 10. 0.5 11. 37.2

12. 解析: (1) 李老师停留地点离他家路程为 $2\ 000-900=1\ 100$ (米), $900 \div 45=20$ (分). 所以 $a=20$, $b=1\ 100$, $c=20+30=50$.

(2) $20+30+\frac{1\ 100}{110}=60$ (分). 即李老师从学校到家的总时间是 60 分钟.

13. 解析: (1) 在这个变化过程中自变量是时间, 因变量是小明骑自行车离家的距离.

(2) 根据图象可知, 小明 2 h 后到达离家最远的地方, 此时离家 30 km.

(3) 在到达最远距离之前, 根据图象可知, 小明在 AB 段的平均速度为 $(30-10) \div (2-1)=20$ (km/h), 所以 $(20-10) \div 20=0.5$ (h), $1+0.5=1.5$ (h); 从最远距离返回时, 观察图象可知, 当 $t=4$ h 时, $s=20$ km. 综上所述, 当 $t=1.5$ h 或 $t=4$ h 时, 小明与家相距 20 km.

14. 解析: (1) 图象反映了速度和时间的关系.

(2) 点 A 表示 6 分钟时的速度为 60 千米/时, 点 B 表示 18 分钟时的速度为 0 千米/时.

(3) 0 到 6 分钟时加速行驶, 6 到 12 分钟时匀速行驶, 12 到 18 分钟时减速行驶至停止.

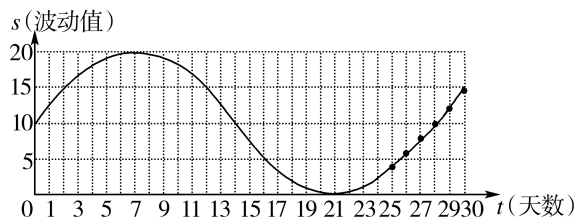
(4) 小明的爸爸驾车上班, 前 6 分钟在加速行驶, 加速到 60 km 时后, 匀速行驶了 6 分钟, 12 到 18 分钟减速行驶至停止. (答案不唯一)

核心素养升级

1. 解析: (1) 根据图象可知, $t=0$ 时, $w=0.3$. 即容器内原有水 0.3 升.

(2) $(0.9-0.3) \div 1.5=0.4$ (L/h), $0.4 \times 4=1.6$ (L), $1.6+0.3=1.9$ (L). 故容器内会显示水量 1.9 升.

2. 解析: (1) ① 补全该函数的图象如图所示.



② 根据图象以及周期性易知, 当 $t=14$ 时, $s=10$;

当 s 的值最大时, $t=7$.

(2) 当 $0 \leq t \leq 7$ 时, s 随 t 的增大而增大; 当 $7 \leq t \leq 21$ 时, s 随 t 的增大而减小; 当 s 的值最大时, $t=7$; 当 s 的值最小时, $t=21$; 变化周期是 28 天. (答案不唯一)

(3) 周期为 28 天, $5\ 105 \div 28 = 182 \cdots 9$.

即当 $t=9$ 时, $s > 10$, 所以小嘉属于情绪高潮期, 心情愉快.

专项训练

高频考点专项

1. C 2. B 3. C

4. $y=7-x$ 5. 1.25 6. 34°

7. 解析: (1) ① 因为 $a^m=3, a^n=2$,

所以 $a^{m+n}=a^m \cdot a^n=3 \times 2=6$.

② $a^{3m-2n}=a^{3m} \div a^{2n}=(a^m)^3 \div (a^n)^2=(3)^3 \div$

$(2)^2=\frac{27}{4}$.

(2) 因为 $2 \times 4^{x+1} \times 16 = 2^{23}$, 所以 $2 \times (2^2)^{x+1} \times 2^4 = 2^{23}$,

所以 $2 \times 2^{2x+2} \times 2^4 = 2^{23}$, 所以 $2^{1+2x+2+4} = 2^{23}$,

所以 $1+2x+2+4=23$, 解得 $x=8$.

8. (1) $(2x+5y)^2 - (2x-3y)(3y+2x)$
 $= 4x^2 + 20xy + 25y^2 - (2x+3y)(2x-3y)$
 $= 4x^2 + 20xy + 25y^2 - (4x^2 - 9y^2)$
 $= 4x^2 + 20xy + 25y^2 - 4x^2 + 9y^2$
 $= 20xy + 34y^2$.

(2) $[x(x^2y^2 - xy) - y(x^2 - x^2y)] + 3x^2y$
 $= (x^3y^2 - x^2y - x^2y + x^2y^2) + 3x^2y$
 $= x^3y^2 - 2x^2y + x^2y^2 + 3x^2y$
 $= x^3y^2 + x^2y + x^2y^2$.

9. 证明: 因为 $DG \perp BC, AC \perp BC$,

所以 $DG \parallel AC$,

所以 $\angle 2 = \angle DCA$.

因为 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $\angle 1 = \angle DCA$,

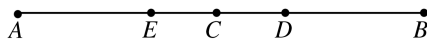
所以 $CD \parallel EF$.

10. 解析: (1) 因为点 C 为 AB 中点, $AB=12$,

所以 $BC = \frac{1}{2}AB = 6$.

因为 $CD:DB=1:2$, 所以 $CD = \frac{1}{3}BC = 2$.

(2) 如图, 因为点 E 为 AD 中点, 所以 $AE=DE = \frac{1}{2}AD$.



因为 $DE=2CE$, 所以 $CD=CE$.

因为 $CD:DB=1:2$,

所以 $BD=2CD=2CE=DE$,

所以 $AE=DE=BD = \frac{1}{3}AB = 4$,

所以 $CE = \frac{1}{2}DE = 2$,

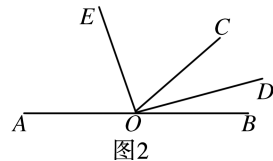
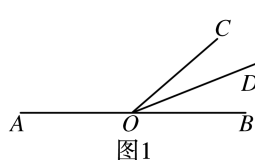
所以 $AC=AE+CE=4+2=6$.

11. 解析: (1) 如图 1, OD 为所作射线.

因为 $\angle BOC=40^\circ, \angle BOD=\angle COD$,

所以 $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle BOC = 20^\circ$,

所以 $\angle AOD = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$.



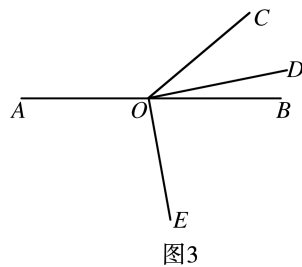
(2) 如图 2, 当 OE 在 AB 上方时,

因为 $OE \perp OD$, 所以 $\angle DOE = 90^\circ$.

因为 $\angle BOD = \alpha$,

所以 $\angle AOE = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$.

如图 3, 当 OE 在 AB 下方时,



因为 $OE \perp OD$, 所以 $\angle DOE = 90^\circ$.

因为 $\angle BOD = \alpha$,

所以 $\angle AOE = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$.

综上所述, $\angle AOE = 90^\circ + \alpha$ 或 $90^\circ - \alpha$.

数学思想专项

1. A 2. D 3. A

4. 7 5. 68° 6. $x^{n+1}-1$

7. 解析: $10^{x+y} = 10^x \times 10^y = 12 \times 3 = 36$.

$10^{2x-y} = 10^{2x} \div 10^y = (10^x)^2 \div 10^y = 12^2 \div 3 = 144 \div 3 = 48$.

8. 解析: (1) 由题意可得 $CD = a + 4b$, 所以 $S_{\text{长方形}ABCD} = AD \cdot CD = 30(a + 4b)$.

(2) 因为 $S_2 = a(30 - 3b)$, $S_1 = 4b(30 - a)$, 所以 $S_1 - S_2 = 4b(30 - a) - a(30 - 3b) = 120b - 4ab - 30a + 3ab = 120b - ab - 30a$.

(3) 当 $a = 9, b = 2$ 时, $S_1 - S_2 = 120b - ab - 30a = 120 \times 2 - 9 \times 2 - 30 \times 9 = -48$.

9. 解析: (1) 因为点 C 是线段 AB 的中点,

所以 $AC = BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 24 = 12$.

因为点 D 是线段 BC 的中点,

所以 $CD = BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$,

所以 $AD = AC + CD = 12 + 6 = 18$.

(2) 因为 $AC = BC = 12$, 所以 $CE = \frac{1}{6}BC = \frac{1}{6} \times 12 = 2$.

当点 E 在 AC 之间时, $AE = AC - CE = 12 - 2 = 10$;

当点 E 在 CD 之间时, $AE = AC + CE = 12 + 2 = 14$.

综上所述, AE 的长为 10 或 14.

10. 解析: (1) $(2a + 3b)(2a - b) - 4b^2 = 4a^2 + 6ab - 2ab - 3b^2 - 4b^2 = (4a^2 + 4ab - 7b^2)$ 平方米.

(2) 当 $a = 10, b = 5$ 时, $4a^2 + 4ab - 7b^2 = 4 \times 10^2 + 4 \times 10 \times 5 - 7 \times 5^2 = 425$ (平方米), $425 \times 30 = 12750$ (元).

11. 解析: (1) 证明: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AGP = \angle GPD$.

因为 $CD \parallel EF$, 所以 $\angle DPH = \angle EHP$.

因为 $\angle GPD + \angle DPH = \angle GPH$,

所以 $\angle AGP + \angle EHP = \angle GPH$.

(2) $\angle AGP + \angle EHP + \angle GPH = 360^\circ$. 理由如下: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AGP + \angle GPC = 180^\circ$.

因为 $CD \parallel EF$, 所以 $\angle CPH + \angle EHP = 180^\circ$.

因为 $\angle GPC + \angle CPH = \angle GPH$,

所以 $\angle AGP + \angle GPH + \angle EHP = 360^\circ$.

(3) 当点 Q 在 GH 的左侧时, $\angle AGQ + \angle EHQ = \angle GQH = 70^\circ$; 当点 Q 在 GH 的右侧时, $\angle AGQ + \angle EHQ + \angle GQH = 360^\circ$, 所以 $\angle AGQ + \angle EHQ =$

$360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$. 综上所述, $\angle AGQ + \angle EHQ$ 的值为 70° 或 290° .

综合训练

综合训练(一)

1. A 2. B 3. D 4. A 5. D 6. A 7. B 8. D

9. D 10. A 11. B 12. B

13. 6.4×10^{-4} 14. 65 15. -6 16. 13

17. $0.75(x + 100) = 0.98 \times 100$ 18. ①②④

19. 解析: (1) $(2x + y)^2 - (x - y)(x + 2y) = 4x^2 + 4xy + y^2 - x^2 - 2xy + xy + 2y^2 = 3x^2 + 3xy + 3y^2$.

(2) $(-2x^2y)^3 - (3xy^2)^2 \div (-3xy^3) = (-8x^6y^3) - 9x^2y^4 \div (-3xy^3) = -8x^6y^3 + 3xy$.

(3) $(a + 2b - 3c)(a - 2b + 3c) = [a + (2b - 3c)] \cdot [a - (2b - 3c)] = a^2 - (2b - 3c)^2 = a^2 - 4b^2 + 12bc - 9c^2$.

20. 解析: (1) 因为 $x + y = 4, xy = 2$, 所以 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4^2 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$.

(2) 由(1), 知 $x^2 + y^2 = 12$, 又因为 $xy = 2$,

所以 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{12}{2} = 6$.

21. (1) 图象反映了港口的水深和时间之间的关系, 其中时间是自变量, 港口的水深是因变量.

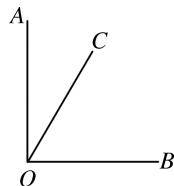
(2) 由函数图象可知, 3 时港口的水最深, 深度约是 7 米.

(3) 由函数图象可知, A 点对应的时间是 6 时, 则图中 A 点表示的是 6 时港口的水深约是 5 米.

(4) 由函数图象可知, 从 0 时到 3 时及从 9 时到 12 时, 水深在增加; 从 3 时到 9 时, 水深在减少.

22. 解析: 分两种情况讨论:

① OC 在 $\angle AOB$ 内部时, 如图所示.

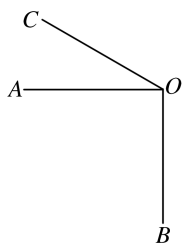


因为 $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle AOC : \angle COB = 1 : 3$,

所以 $\angle AOC = \frac{1}{3} \angle AOB = 30^\circ$,

所以 $\angle COB = \angle AOB - \angle AOC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

② OC 在 $\angle AOB$ 外部时, 如图所示.



因为 $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle AOC : \angle AOB = 1 : 3$,

所以 $\angle AOC = \frac{1}{3} \angle AOB = 30^\circ$,

所以 $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$.

综上所述, $\angle BOC$ 的度数为 60° 或 120° .

23. 解析: 问题(1): 等式的基本性质

问题(2): 二 括号前面是“—”, 去括号后括号内的第二项没有变号

问题(3): $\frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1$,

$3(x+3) - 2(2x-1) = 6$,

$3x+9-4x+2=6$,

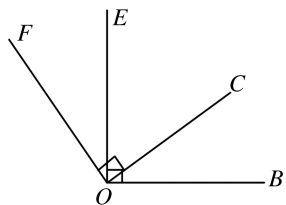
$-x = -5$,

$x = 5$.

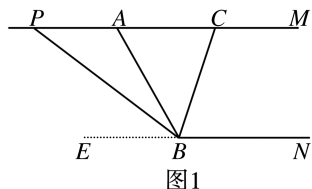
24. 解析: (1) 因为 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 都是直角, 所以 $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$, 所以 $\angle AOD = \angle BOC = 90^\circ - \angle DOC = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$, 所以 $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 90^\circ + 65^\circ = 155^\circ$.

(2) $\angle AOD = \angle BOC$, 如果 $\angle DOC \neq 25^\circ$, 它们还会相等. 理由如下: 因为 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 都是直角, 所以 $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$, 所以 $\angle AOD = 90^\circ - \angle DOC$, $\angle BOC = 90^\circ - \angle DOC$, 所以 $\angle AOD = \angle BOC$.

(3) 如图, $\angle EOF$ 与 $\angle BOC$ 相等.



25. 解析: (1) 延长 NB 到 E, 如图 1 所示.



因为 $AM \parallel BN$, $\angle CPB = 40^\circ$,

所以 $\angle PBE = \angle CPB = 40^\circ$.

所以 $\angle PBN = 180^\circ - \angle PBE = 140^\circ$.

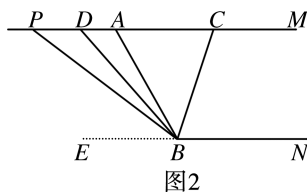
因为 BC 平分 $\angle PBN$,

所以 $\angle CBN = \frac{1}{2} \angle PBN = 70^\circ$.

因为 $AM \parallel BN$, 所以 $\angle PCB = \angle CBN = 70^\circ$.

(2) ① 当点 P 在点 A 左侧运动时, $\angle DBC$ 的度数不发生变化, $\angle DBC = 60^\circ$. 理由如下:

延长 NB 到 E, 如图 2 所示.



设 $\angle ABD = \alpha$, 因为 BD 平分 $\angle PBA$,

所以 $\angle PBD = \angle ABD = \alpha$, $\angle ABP = 2\alpha$.

因为 $AM \parallel BN$, $\angle MAB = 60^\circ$,

所以 $\angle EBA = \angle MAB = 60^\circ$,

所以 $\angle EBP = \angle EBA - \angle ABP = 60^\circ - 2\alpha$,

所以 $\angle PBN = 180^\circ - \angle EBP = 180^\circ - (60^\circ - 2\alpha) = 120^\circ + 2\alpha$.

因为 BC 平分 $\angle PBN$,

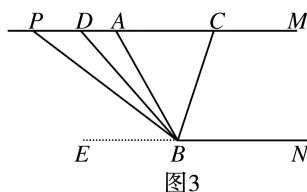
所以 $\angle PBC = \frac{1}{2} \angle PBN = \frac{1}{2} (120^\circ + 2\alpha) = 60^\circ + \alpha$,

所以 $\angle DBC = \angle PBC - \angle PBD = 60^\circ + \alpha - \alpha = 60^\circ$.

② $\angle ADB = \angle ABC$ 或 $\angle ADB + \angle ABC = 180^\circ$.

理由如下:

(i) 当点 P 在点 A 的左侧时, 延长 NB 到 E, 如图 3 所示.



设 $\angle ABD = \alpha$, 因为 BD 平分 $\angle PBA$,

所以 $\angle PBD = \angle ABD = \alpha$, $\angle ABP = 2\alpha$.

因为 $AM \parallel BN$, $\angle MAB = 60^\circ$,

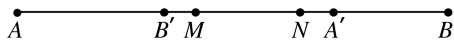
所以 $\angle EBA = \angle MAB = 60^\circ$,

所以 $\angle ADB = \angle EBD = \angle EBA - \angle ABD = 60^\circ - \alpha$.

所以 $AA' + BB' = (60 - n) \text{ cm}$.

因为 $MN = MA' + A'B' + B'N = A'B' + \frac{1}{2}(AA' + BB')$, 所以 $MN = (30 + \frac{1}{2}n) \text{ cm}$.

②当点 A' 落在点 B' 的右侧时, 如图.



因为 $AA' + BB' = AB + A'B'$, $A'B' = n \text{ cm}$, $AB = 60 \text{ cm}$,

所以 $AA' + BB' = (60 + n) \text{ cm}$.

因为 $MN = MA' + B'N - A'B' = \frac{1}{2}(AA' + BB') - A'B'$, 所以 $MN = (30 - \frac{1}{2}n) \text{ cm}$.

综上所述, $MN = (30 + \frac{1}{2}n) \text{ cm}$ 或 $(30 - \frac{1}{2}n) \text{ cm}$.

23. 解析: (1) 设第一次购进甲种商品 x 件, 则购进乙种商品 $(\frac{1}{2}x + 25)$ 件,

根据题意得 $20x + 30(\frac{1}{2}x + 25) = 6\ 000$,

解得 $x = 150$,

所以 $\frac{1}{2}x + 25 = 100$,

即该超市第一次购进甲种商品 150 件、乙种商品 100 件.

(2) $(26 - 20) \times 150 + (40 - 30) \times 100 = 1\ 900$ (元),

即该超市将第一次购进的甲、乙两种商品全部卖完后一共可获得利润 1 900 元.

(3) 设第二次乙商品是按原价打 y 折销售, 根据题意得

$(26 - 20) \times 150 + (40 \times \frac{y}{10} - 30) \times 100 \times 3 = 1\ 900 + 800$,

解得 $y = 9$,

即第二次乙商品是按原价打 9 折销售.

24. 解析: (1) 证明: 因为 $AD \parallel BC$,

所以 $\angle 1 = \angle DEC$.

因为 $\angle 1 = \angle B$,

所以 $\angle DEC = \angle B$,

所以 $AB \parallel DE$.

(2) $AF \parallel DC$. 理由如下:

因为 $AB \parallel DE$,

所以 $\angle 2 = \angle AGD$.

因为 $\angle 2 = \angle 3$,

所以 $\angle AGD = \angle 3$,

所以 $AF \parallel DC$.

(3) 因为 $AF \parallel DC$, $\angle C = 46^\circ$,

所以 $\angle AFB = \angle C = 46^\circ$.

因为 $\angle B = 68^\circ$, $\angle 2 + \angle B + \angle AFB = 180^\circ$,

所以 $\angle 2 = 180^\circ - \angle B - \angle AFB = 180^\circ - 46^\circ - 68^\circ = 66^\circ$.

25. 解析: (1) 因为 OC 与 OB 重合, $\angle COD = 60^\circ$, ON 平分 $\angle DOB$, 所以 $\angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD = 30^\circ$.

因为 $\angle AOB = 150^\circ$, OM 平分 $\angle AOC$,

所以 $\angle BOM = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$,

所以 $\angle MON = \angle BOM - \angle BON = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$.

(2) $\angle MON$ 不会随 $\angle COD$ 的位置的变化发生改变. 理由如下:

因为 OM 平分 $\angle AOC$,

所以 $\angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle AOB - \angle BOC) = \frac{1}{2} (150^\circ - \angle BOC) = 75^\circ - \frac{1}{2} \angle BOC$.

因为 ON 平分 $\angle DOB$,

所以 $\angle BON = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle COD) = \frac{1}{2} (\angle BOC + 60^\circ) = \frac{1}{2} \angle BOC + 30^\circ$,

所以 $\angle MON = \angle AOB - \angle AOM - \angle BON = 150^\circ - (75^\circ - \frac{1}{2} \angle BOC) - (\frac{1}{2} \angle BOC + 30^\circ) = 45^\circ$.

故 $\angle MON$ 不会随 $\angle COD$ 的位置的变化发生改变.

(3) 由 (2) 可知 $\angle AOM = 75^\circ - \frac{1}{2} \angle BOC$, $\angle BON = \frac{1}{2} \angle BOC + 30^\circ$, $\angle MON = 45^\circ$.

因为 $\angle DOM = \frac{1}{5} \angle MON$, 所以 $\angle DOM = \frac{1}{5} \times 45^\circ = 9^\circ$.

如图 1, 当 OD 在 OM 右侧时, $\angle DON = 45^\circ - 9^\circ = 36^\circ$. 所以 $\angle BOD = 2 \angle DON = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$, 所以

$$\angle AOD = 150^\circ - 72^\circ = 78^\circ.$$

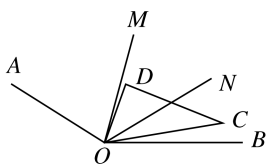


图1

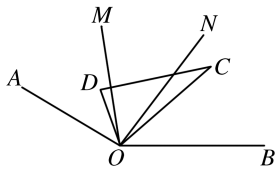


图2

如图2,当OD在OM左侧时, $\angle DON = 45^\circ + 9^\circ = 54^\circ$,所以 $\angle BOD = 2\angle DON = 2 \times 54^\circ = 108^\circ$,所以 $\angle AOD = 150^\circ - 108^\circ = 42^\circ$.综上所述, $\angle AOD$ 的度数为 78° 或 42° .

衔接训练

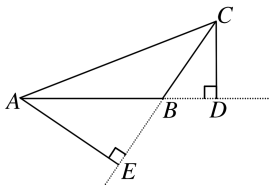
第一章 三角形

1 认识三角形

1. B 2. B 3. C 4. D 5. A 6. A

7. 36° 8. 直角 9. ③④

10. 解析:(1)画出AE,CD,如图.



(2) 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AE = \frac{1}{2}AB \cdot CD$, 所以

$4BC = 6 \times 3$, 所以 $BC = 4.5$.

11. 解析:(1)根据三角形两边的和大于第三边,则 $x < 5 + 2$,即 $x < 7$.根据三角形两边的差小于第三边,则 $5 - 2 < x$,即 $3 < x$.综上所述,第三边 x 的范围为 $3 < x < 7$.

(2) 因为第三边的长为奇数,且 $3 < x < 7$,所以第三边的长为5 cm,所以三角形的周长为 $5 + 5 + 2 = 12$ (cm).因为两条边的长为5 cm,另外一条边的长为2 cm,所以这个三角形是底边和腰不相等的等腰三角形.

12. 解析:(1) 因为AE,BF是 $\angle BAC, \angle ABC$ 的平分线,所以 $\angle OAB + \angle OBA = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ABC)$.在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 70^\circ$,所以 $\angle BAC + \angle ABC = 180^\circ - \angle C = 110^\circ$,所以 $\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ABC) = 125^\circ$.

(2) 因为在 $\triangle ABC$ 中,AD是高, $\angle C = 70^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$,所以 $\angle DAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$, $\angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 50^\circ$.

因为AE是 $\angle BAC$ 的平分线,所以 $\angle CAE = \frac{1}{2}\angle CAB = 25^\circ$,所以 $\angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 25^\circ - 20^\circ = 5^\circ$.

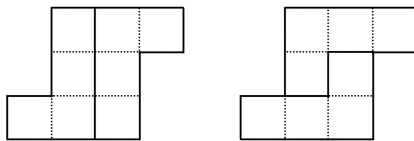
2 图形的全等

1. D 2. A 3. A 4. D 5. B 6. B

7. 11 8. 45 9. ① $\angle B$ ② $\angle E$ ③ $\angle BDE$

④DB ⑤DE ⑥BE

10. 解析:如图.(答案不唯一)



11. 证明:因为 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$,所以 $AB = AC$, $AD = AE$,所以 $AC - AD = AB - AE$,即 $CD = BE$.

12. 解析: 因为 $\angle A = 75^\circ$, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $AB = 8$,所以 $\angle EDF = \angle A = 75^\circ$, $DE = AB = 8$.因为 $\angle ABC = 60^\circ$, $BD = 3$,所以 $\angle DHB = 180^\circ - \angle ABC - \angle EDF = 45^\circ$, $BE = DE - BD = 8 - 3 = 5$.

3 探索三角形全等的条件

1. D 2. C 3. B 4. A 5. C 6. C 7. B 8. B

9. D 10. C

11. 三角形具有稳定性

12. $BC = DE$ (答案不唯一)

13. 17 14. 55°

15. 证明: 因为点C是AB的中点,所以 $AC = BC$.因为 $AD = CE$, $CD = BE$,所以 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ (SSS).

16. 证明: 因为 $AB \parallel CD$,所以 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 中, $\angle A = \angle C$, $AB = CD$, $\angle B = \angle D$,所以 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ (ASA).

17. 证明: 因为 $\angle ABC + \angle CBE = 180^\circ$, $\angle ABD + \angle DBE = 180^\circ$, $\angle CBE = \angle DBE$,

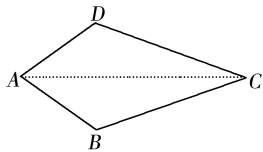
所以 $\angle ABC = \angle ABD$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中, $\angle CAE = \angle DAE$, $AB = AB$, $\angle ABC = \angle ABD$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (ASA),

所以 $AC=AD$.

18. 证明: 连接 AC , 如图所示:



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中, $AB=AD, CB=CD, AC=AC$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS),

所以 $\angle B = \angle D$.

19. 解析: (1) 证明: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BAE = \angle FCD$.

因为 $AF=CE$, 所以 $AE=CF$.

又因为 $AB=CD$, 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS).

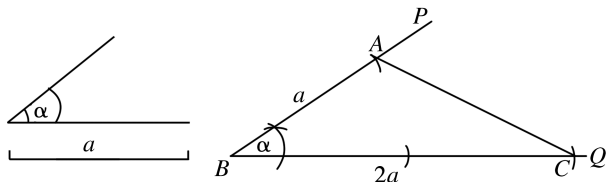
(2) 因为 $\angle BCE = 30^\circ, \angle CBE = 70^\circ$,

所以 $\angle BEC = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ = 80^\circ$,

所以 $\angle AEB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

因为 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 所以 $\angle CFD = \angle AEB = 100^\circ$.

20. 解析: 如图所示, $\triangle ABC$ 为所求作的三角形.



4 利用三角形全等测距离

1. A 2. B 3. C 4. C

5. 90 cm 6. SSS 7. 20

8. 解析: 这个方案可行. 理由如下: 因为 $\angle BAM = \angle BAC, AB=AB, \angle ABN = \angle ABC$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (ASA), 所以 $AC=AD$.

所以测量出线段 AD 的长度, 就可以知道景点 A 与小岛 C 之间的距离.

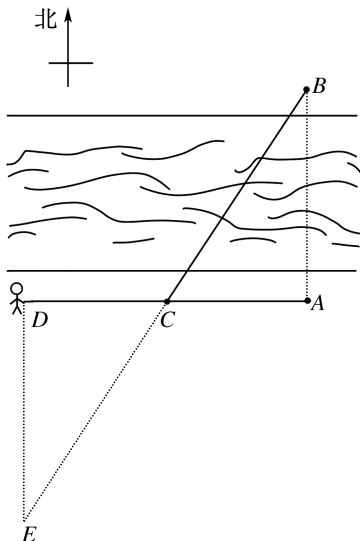
9. 解析: (1) 这里所运用的数学知识是三角形具有稳定性.

(2) 这样做合理. 理由如下: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$.

在 $\triangle AEB$ 与 $\triangle DEC$ 中, $\angle A = \angle D, AB=CD, \angle B = \angle C$, 所以 $\triangle AEB \cong \triangle DEC$ (ASA),

所以 $AE=DE$.

10. 解析: (1) 画图如下.



(2) 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 中, $\angle ACB = \angle DCE, AC=CD, \angle BAC = \angle EDC$, 所以 $\triangle ACB \cong \triangle DCE$ (ASA),

所以 $AB=DE=120-20-20=80$ (步).

因为一步约 0.5 米, 所以 $AB=80 \times 0.5=40$ (米),

即 A, B 两点间的距离约为 40 米.

第二章 轴对称

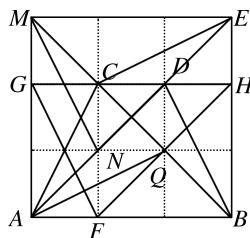
1 轴对称及其性质

1. D 2. A 3. B 4. A 5. D 6. C 7. A

8. 0.8 9. 10:21 10. 20231425 11. 9:25 12. 2

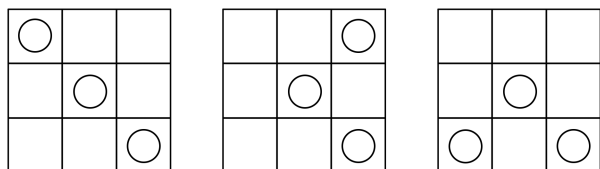
13. 40°

14. 解析: 如图.



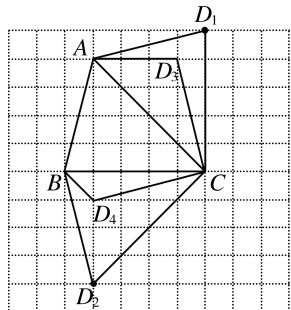
与 $\triangle ABC$ 成轴对称且也以格点为顶点的三角形有 5 个, 分别为 $\triangle ABD, \triangle BCE, \triangle GHF, \triangle EMN, \triangle AMQ$.

15. 解析: 将其中一个小方格的中心画上半径相等的圆, 使整个图形为轴对称图形, 这样的轴对称图形为



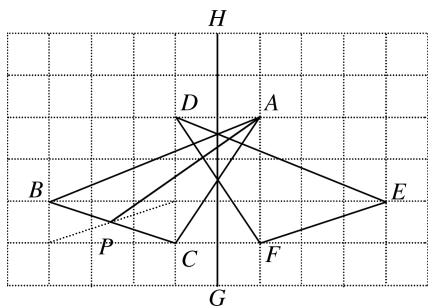
故这样的图形共有 3 个.

16. 解析:如图.



17. 解析:(1)如图所示, $\triangle DEF$ 即为所求.

(2)如图所示, 中线 AP 即为所求.



18. 解析:因为四边形 $ABDC$ 的对称轴是 AD 所在的直线, 所以 $\triangle ACD \cong \triangle ABD$, 所以 $AC = AB = 5$, $CD = BD = 7$, 所以四边形 $ABDC$ 的周长为 $2 \times 5 + 2 \times 7 = 24$.

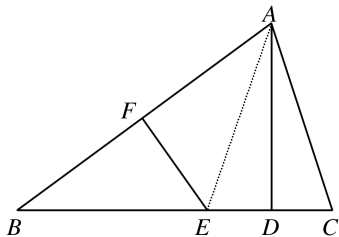
19. 解析:因为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称, $\angle A = 115^\circ$, $DF = 5$, 所以 $\angle D = 115^\circ$, $AC = 5$. 在 $\triangle DEF$ 中, $\angle D = 115^\circ$, $\angle E = 42^\circ$, 所以 $\angle F = 180^\circ - 115^\circ - 42^\circ = 23^\circ$.

2 简单的轴对称图形

1. B 2. B 3. D 4. B 5. B 6. A

7. 5 8. 7 9. 50

10. 证明:连接 AE , 如图.



因为 $\angle ACB = 66^\circ$, $\angle CAD = 24^\circ$, 所以 $\angle ADC = 180^\circ - \angle CAD - \angle ACB = 180^\circ - 24^\circ - 66^\circ = 90^\circ$, 所以 $AD \perp EC$. 因为点 D 为 CE 的中点, 所以 $DE = DC$, 所以 AD 是线段 CE 的垂直平分线, 所以 $AE = AC$. 因为 EF 垂直平分 AB , 所以 $AE = BE$, 所以 $BE = AC$.

11. 解析:(1)因为三角形 ABC 为等边三角形,

所以 $\angle BAC = 60^\circ$.

因为 $\angle BAD = 15^\circ$, 所以 $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$.

因为 $\angle DAE = 80^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle DAE - \angle DAC = 80^\circ - 45^\circ = 35^\circ$.

(2)因为 $\angle DAE = 80^\circ$, $AD = AE$,

所以 $\angle ADE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$, $\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - (180^\circ - \angle BAD - \angle B) = \angle BAD + \angle B = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$.

又因为 $\angle ADE = 50^\circ$,

所以 $\angle FDC = \angle ADC - \angle ADE = 75^\circ - 50^\circ = 25^\circ$.

12. 解析:(1) $\triangle ABD$ 为等腰三角形. 理由如下:

因为 AC 的垂直平分线交 CB 于点 D ,

所以 $AD = CD$, 所以 $\angle C = \angle CAD$,

所以 $\angle ADC = 180^\circ - \angle C - \angle CAD = 180^\circ - 2\angle C$,

所以 $\angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle C = 2\angle C$.

因为 $\angle B = 2\angle C$, 所以 $\angle ADB = \angle B$,

所以 $AD = AB$, 所以 $\triangle ABD$ 为等腰三角形.

(2)因为 $AE \perp BD$, 所以 $DE = BE$.

因为 $\triangle ABD$ 的周长是 10, 所以 $AD + DE = 5$,

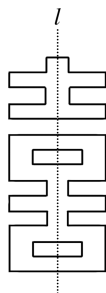
所以 $CE = CD + DE = AD + DE = 5$.

3 利用轴对称进行设计

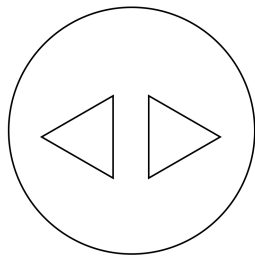
1. B 2. C 3. C 4. B 5. A

6. 解析:(1)整个图案的形状是“喜”字.

(2)如图.

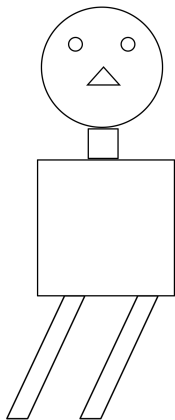


7. 解析:如图.



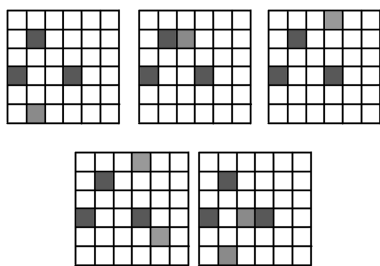
含义:表示圆形的插座.(答案不唯一)

8. 解析:所作图形如下.



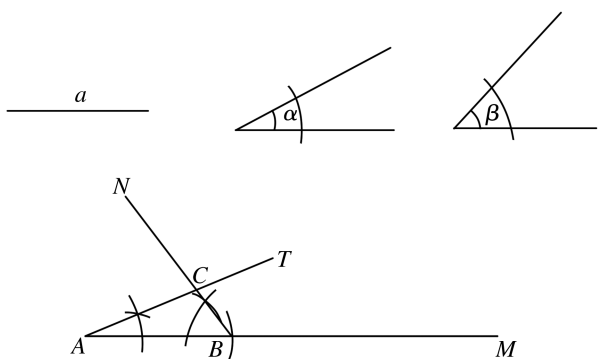
说明:我运动我快乐.

9. 解析:如图即为所求.



预习自测

1. B 2. C 3. C 4. A 5. C 6. D 7. A 8. B
9. B 10. A 11. B 12. D
13. 65 14. 1 15. 64° 16. 2 或 5 17. 6 18. 3
19. 解析:如图, $\triangle ABC$ 即为所求.



20. 证明:因为 $BF=DE$, 所以 $BF-EF=DE-EF$, 即 $BE=DF$.

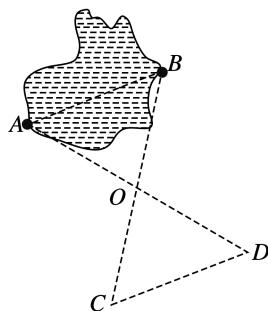
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中, $AB=CD$, $BE=DF$, $AE=CF$, 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SSS), 所以 $\angle AEB = \angle CFD$, 所以 $\angle AEO = \angle CFO$.

21. 解析:(1) 因为 MN 垂直平分 BC , 所以 $DC=BD$, $CE=EB$. 又因为 $EC=4$, 所以 $BE=4$. 又因为

$\triangle BDC$ 的周长为 18, 所以 $BD+DC=10$, 所以 $BD=5$.

(2) 因为 $\angle ADM=60^\circ$, 所以 $\angle CDN=60^\circ$. 又因为 MN 垂直平分 BC , 所以 $\angle DEC=90^\circ$, 所以 $\angle C=30^\circ$. 又因为 $\angle C=\angle DBC=30^\circ$, $\angle ABD=20^\circ$, 所以 $\angle ABC=50^\circ$, 所以 $\angle A=180^\circ-\angle C-\angle ABC=100^\circ$.

22. 解析:(1) 如图.



(2) 在湖岸上选一点 O , 连接 BO 并延长到点 C , 使 $BO=OC$, 连接 AO 并延长到点 D , 使 $OD=AO$, 连接 CD , 则 $AB=CD$. 测量 DC 的长度即为 AB 的长度.

(3) 设 $DC=m$.

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中,

$$\begin{cases} BO=CO, \\ \angle AOB=\angle DOC, \\ AO=DO, \end{cases}$$

所以 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS).

所以 $AB=CD=m$.

23. 解析:(1) 因为 $\angle B=50^\circ$, $\angle C=70^\circ$, 所以 $\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=180^\circ-50^\circ-70^\circ=60^\circ$.

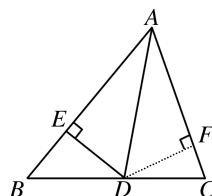
因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$$\text{所以 } \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ.$$

因为 $DE \perp AB$, 所以 $\angle DEA=90^\circ$,

所以 $\angle EDA=180^\circ-\angle BAD-\angle DEA=180^\circ-30^\circ-90^\circ=60^\circ$.

(2) 如图, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F .



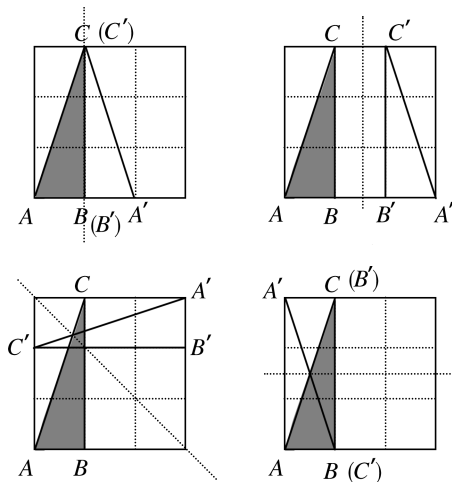
因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, 所以

$$DF = DE = 3.$$

又因为 $AB = 10, AC = 8$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times DE + \frac{1}{2} \times AC \times DF = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 27.$$

24. 解析: 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



25. 解析: (1) 证明: 因为 $\triangle BOC \cong \triangle ADC$, 所以 $OC = DC$.

因为 $\angle OCD = 60^\circ$, 所以 $\triangle OCD$ 是等边三角形.

(2) $\triangle AOD$ 是直角三角形. 理由如下:

因为 $\triangle OCD$ 是等边三角形, 所以 $\angle ODC = 60^\circ$.

因为 $\triangle BOC \cong \triangle ADC, \alpha = 150^\circ$,

所以 $\angle ADC = \angle BOC = \alpha = 150^\circ$,

所以 $\angle ADO = \angle ADC - \angle ODC = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$.

所以 $\triangle AOD$ 是直角三角形.

(3) 因为 $\triangle OCD$ 是等边三角形,

所以 $\angle COD = \angle ODC = 60^\circ$.

因为 $\angle AOB = 110^\circ, \angle ADC = \angle BOC = \alpha$,

所以 $\angle AOD = 360^\circ - \angle AOB - \angle BOC - \angle COD = 360^\circ - 110^\circ - \alpha - 60^\circ = 190^\circ - \alpha$, $\angle ADO = \angle ADC - \angle ODC = \alpha - 60^\circ$,

所以 $\angle OAD = 180^\circ - \angle AOD - \angle ADO = 180^\circ - (190^\circ - \alpha) - (\alpha - 60^\circ) = 50^\circ$.

① 当 $\angle AOD = \angle ADO$ 时, $190^\circ - \alpha = \alpha - 60^\circ$,

所以 $\alpha = 125^\circ$.

② 当 $\angle AOD = \angle OAD$ 时, $190^\circ - \alpha = 50^\circ$,

所以 $\alpha = 140^\circ$.

③ 当 $\angle ADO = \angle OAD$ 时, $\alpha - 60^\circ = 50^\circ$,

所以 $\alpha = 110^\circ$.

综上所述, 当 $\alpha = 110^\circ$ 或 125° 或 140° 时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形.