

数学学业水平考试模拟试题(四)

(满分:150分 时间:120分钟)

第 I 卷(选择题 共 48 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,在每小题给出的四个选项中,只有一个是正确的,请把正确的选项选出来,每小题选对得 4 分,选错、不选或选出的答案超过一个,均记零分)

- 下列计算过程中,结果是 2 的是 ()

A. $(-2)^{-1}$

B. $(-2)^0$

C. $-(-2)$

D. $-|-2|$
- 下列各式中,运算正确的是 ()

A. $(a^3)^2=a^5$

B. $(a-b)^2=a^2-b^2$

C. $a^6\div a^2=a^4$

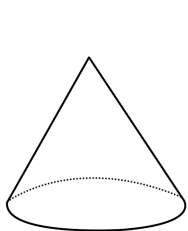
D. $a^2+a^2=2a^4$
- 如图所示的几何体是一个圆锥,下面有关它的三视图的结论中,正确的是 ()

A.主视图是中心对称图形

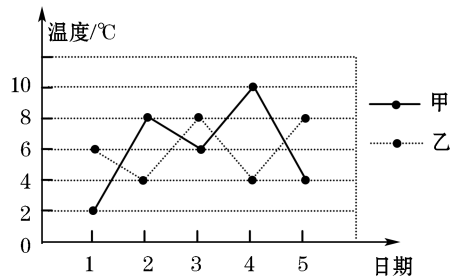
B.左视图是中心对称图形

C.主视图既是中心对称图形又是轴对称图形

D.俯视图既是中心对称图形又是轴对称图形



(第 3 题图)



(第 4 题图)

- 如图为甲、乙两地去年 12 月前 5 天的日平均气温统计图,下列描述错误的是 ()

A.甲地气温的中位数是 $6\text{ }^{\circ}\text{C}$

B.两地气温的平均数相同

C.乙地气温的众数是 $8\text{ }^{\circ}\text{C}$

D.乙地气温相对比较稳定
- 若一元二次方程 $x^2-2x-m=0$ 无实数根,则一次函数 $y=(m+1)x+m-1$ 的图象经过 ()

A.第二、三、四象限

B.第一、三、四象限

C.第一、二、四象限

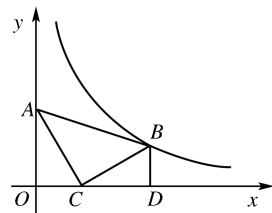
D.第一、二、三象限
- 如图是一个等腰直角三角板 $\triangle ABC$, $AC=BC$, $\angle ACB=90^{\circ}$,把三角板如图所示放在平面直角坐标内,点 $A(0,2)$, $C(1,0)$,函数 $y=\frac{m}{x}(x>0,m$ 为常数)的图象经过点 B ,过点 B 作 x 轴垂线,垂足为 D .则函数 $y=\frac{m}{x}$ 的解析式中 m 的值为 ()

A.-1

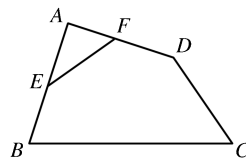
B.1

C.2

D.3



(第 6 题图)



(第 7 题图)

- 如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别是 AB,AD 的中点,若 $EF=6,BC=13,CD=5$,则 $\tan C=$ ()

A. $\frac{12}{13}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{5}{13}$

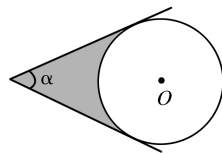
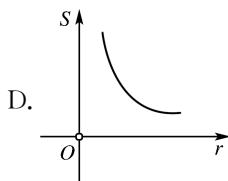
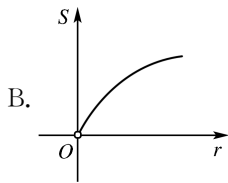
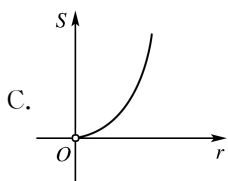
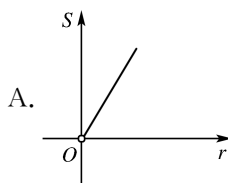
D. $\frac{12}{5}$
- 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m>0, \\ 13-2x\geqslant 1 \end{cases}$ 的所有整数解的和是 18,则 m 的取值范围是 ()

A. $2< m < 3$

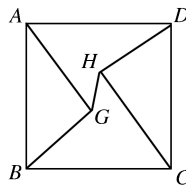
B. $2< m \leqslant 3$

C. $2\leqslant m < 3$

D. $2\leqslant m \leqslant 3$
- 如图, $\odot O$ 与 $\angle\alpha$ 的两边相切,若 $\angle\alpha=60^{\circ}$,则图中阴影部分的面积 S 关于 $\odot O$ 的半径 r 的函数图象大致是 ()



(第 9 题图)



(第 10 题图)

- 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 10, $AG=CH=8,BG=DH=6$,连接 GH .则线段 GH 的长为 ()

A. $\frac{8}{5}\sqrt{3}$

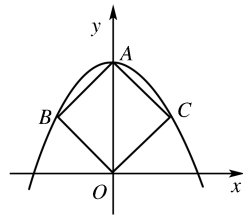
B. $10-5\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$

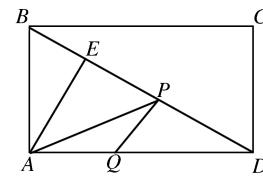
D. $\frac{14}{5}$

11. 如图,在平面直角坐标系中,二次函数 $y = ax^2 + mc$ ($a \neq 0$) 的图象经过正方形 $ABOC$ 的三个顶点,且 $ac = -2$,则 m 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2



(第 11 题图)



(第 12 题图)

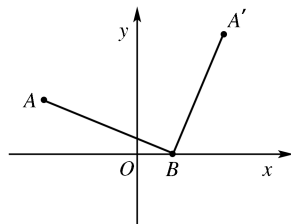
12. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, $AE \perp BD$ 于点 E ,且 $ED = 3BE$,点 P, Q 分别在 BD, AD 上,则 $AP + PQ$ 的最小值为 ()

A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

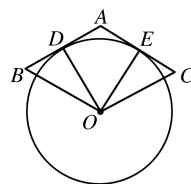
第 II 卷(非选择题 共 102 分)

二、填空题(本大题共 6 小题,满分 24 分.只要求填写最后结果,每小题填对得 4 分)

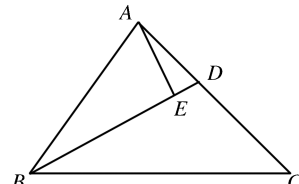
13. 某种细菌的直径是 0.000 000 78 米,将数据 0.000 000 78 用科学记数法表示为 _____.
14. 中国的《九章算术》是世界现代数学的两大源泉之一,其中有一问题:“今有牛五、羊二,直金十两.牛二、羊五,直金八两.问牛羊各直金几何?”译文:“今有牛 5 头,羊 2 头,共值金 10 两;牛 2 头,羊 5 头,共值金 8 两.问牛、羊每头各值金多少?”设牛、羊每头各值金 x 两、 y 两,依题意,可列出方程组为 _____.
15. 如图,在平面直角坐标系中,已知 $A(-2, 1)$, $B(1, 0)$,将线段 AB 绕着点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BA' ,则 A' 的坐标为 _____.



(第 15 题图)



(第 16 题图)



(第 17 题图)

16. 如图,菱形 $ABOC$ 的边 AB, AC 分别与 $\odot O$ 相切于点 D, E .若点 D 是 AB 的中点,则 $\angle DOE =$ _____.

17. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 2\angle C$, BD 平分 $\angle ABC$,交 AC 于点 D , $AE \perp BD$ 于点 E , $AD : DC = 3 : 5$,则 $DE : BE =$ _____.

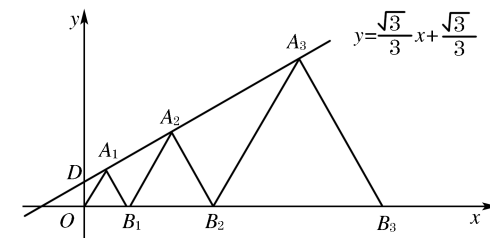
18. 如图,直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 y 轴相交于点 D ,点 A_1 在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 上,点 B_1 在 x 轴上,且

$\triangle OA_1B_1$ 是正三角形,记作第一个正三角形;然后过 B_1 作 $B_1A_2 \parallel OA_1$,与直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 相

交于点 A_2 ,点 B_2 在 x 轴上,再以 B_1A_2 为边作正三角形 $A_2B_2B_1$,记作第二个正三角形;同样过 B_2

作 $B_2A_3 \parallel B_1A_2$,与直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 相交于点 A_3 ,点 B_3 在 x 轴上,再以 B_2A_3 为边作正三角形

$A_3B_3B_2$,记作第三个正三角形……依此类推,则第 n 个正三角形的顶点 A_n 的纵坐标为 _____.



三、解答题(本大题共 8 小题,满分 78 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

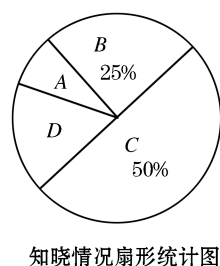
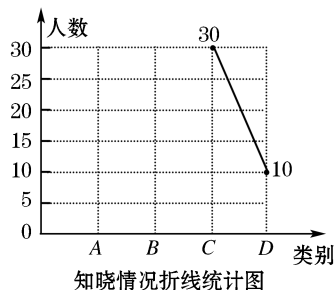
19. (本小题满分 6 分) 已知 $|x - 2 + \sqrt{3}| + \sqrt{y - 2 - \sqrt{3}} = 0$,求 $(\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} + \frac{x}{y - x}) \div \frac{1}{x^2 - xy}$ 的值.

20. (本小题满分 8 分) 星辰书店老板去图书批发市场购买某种图书.第一次用 600 元购书若干本,并按该书定价 7 元出售,很快售完.由于该书畅销,第二次购书时,每本书的进价已比第一次购书时提高了 20%,老板用 750 元所购该书数量比第一次多 5 本.

- (1) 求第一次购书的进价;
- (2) 当按定价售出 200 本时,出现滞销,便以定价的 4 折售完剩余的书.试问该老板这两次售书总体上是赔钱了,还是赚钱了(不考虑其他因素)? 若赔钱,赔多少? 若赚钱,赚多少?

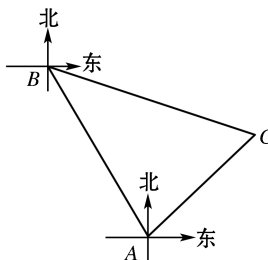
21.(本小题满分 8 分)2018 年 5 月 13 日,大国重器——我国第一艘国产航母正式海试.某校团委支部为了了解同学们对此事的知晓情况,随机抽取了部分同学进行调查,并根据收集到的信息绘制了如下两幅不完整的统计图,图中 A 表示“知道得很详细”,B 表示“知道个大概”,C 表示“听说了”,D 表示“完全不知道”,请根据图中提供的信息完成下列问题:

- (1)扇形统计图中 A 对应的圆心角是_____度,并补全折线统计图.
- (2)被抽取的同学中有 4 位同学都是班级的信息员,其中有一位信息员属于 D 类,校团委支部从这 4 位信息员中随机选出两位作为校广播站某访谈节目的嘉宾,请用列表法或画树状图法,求出属于 D 类的信息员被选为嘉宾的概率.



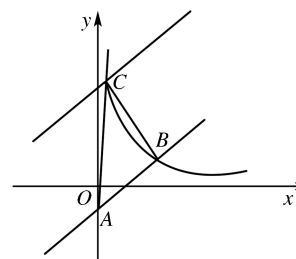
22.(本小题满分 9 分)某海域有 A、B 两个港口,B 港口在 A 港口北偏西 30° 方向上,距离 A 港口 240 海里.有一艘船从 A 港口出发,沿东北方向行驶一段距离后,到达位于 B 港口南偏东 75° 方向的 C 处.求:

- (1) $\angle ACB$ 的度数;
- (2)此时船与 B 港口之间的距离 CB 的长(结果保留根号).



23.(本小题满分 9 分)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y=x-2$ 与 y 轴相交于点 A,与反比例函数在第一象限内的图象相交于点 $B(m,2)$.

- (1)求该反比例函数的解析式;
- (2)将直线 $y=x-2$ 向上平移后与反比例函数在第一象限内的图象相交于点 C,且 $\triangle ABC$ 的面积为 18,求平移后的直线的解析式.



24.(本小题满分 12 分)已知:在 $\triangle BCD$ 中, $\angle BDC=90^\circ$,BF 平分 $\angle DBC$ 交 CD 于点 F,过点 C 作 $CE \perp BF$ 交延长线于点 E,延长 CE,BD 交于点 A.

- (1)如图 1,若 $BD=CD$.①求证: $BF=AC$;②直接写出 $\frac{CE}{BF}$ 的值;
- (2)如图 2,过点 D 作 $DH \perp BC$ 交 BF 于点 G,垂足为点 H,过点 G 作 $GN \parallel BC$ 交 DC 于点 N,请判断 DF 与 CN 的数量关系,并说明理由.

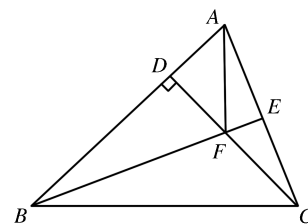


图1

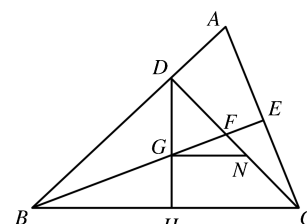
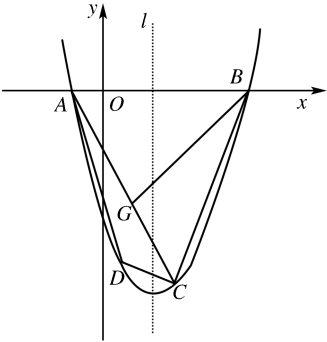
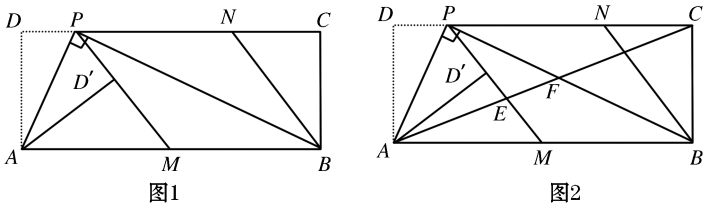


图2

- 25.(本小题满分 12 分)如图,已知二次函数的图象 M 经过 $A(-1,0), B(4,0), C(2,-6)$ 三点.
- (1)求该二次函数的解析式;
 - (2)点 G 是线段 AC 上的动点(点 G 与线段 AC 的端点不重合),若 $\triangle ABG$ 与 $\triangle ABC$ 相似,求点 G 的坐标;
 - (3)设图象 M 的对称轴为 l ,点 $D(m,n)(-1 < m < 2)$ 是图象 M 上一动点,当 $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{27}{8}$ 时,点 D 关于 l 的对称点为点 E ,能否在图象 M 和 l 上分别找到点 P, Q ,使得以点 D, E, P, Q 为顶点的四边形是以 DE 为边的平行四边形?若能,求出点 P 的坐标;若不能,请说明理由.



- 26.(本小题满分 14 分)如图 1,在矩形 $ABCD$ 中, P 为 CD 边上一点($DP < CP$), $\angle APB = 90^\circ$.将 $\triangle ADP$ 沿 AP 翻折得到 $\triangle AD'P$, PD' 的延长线交边 AB 于点 M ,过点 B 作 $BN \parallel MP$ 交 DC 于点 N .

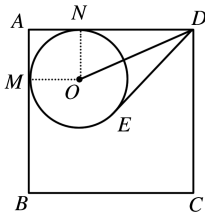


- (1)求证: $AD^2 = DP \cdot PC$;
- (2)请判断四边形 $PMBN$ 的形状,并说明理由;
- (3)如图 2,连接 AC ,分别交 PM, PB 于点 E, F .若 $\frac{DP}{AD} = \frac{1}{2}$,求 $\frac{EF}{AE}$ 的值.

数学学业水平考试模拟试题(三)

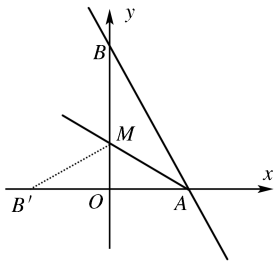
1.C 2.C 3.C 4.A 5.D 6.B 7.A 8.B

- 9.B 解析:设 $\odot O$ 分别与 AB, AD 相切于点 M, N ,连接 OM, ON ,则四边形 $AMON$ 是正方形. $\therefore DE, DA$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore DE=DN=3, \angle ODE=\angle ODN$. $\therefore AD=5, \therefore AN=ON=2$.在 $\text{Rt}\triangle OND$ 中, $\tan\angle ODE=\tan\angle ODN=\frac{ON}{DN}=\frac{2}{3}$.



10.A

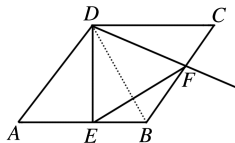
- 11.B 解析:对于直线 $y=-\frac{4}{3}x+8$,令 $x=0$,求出 $y=8$;令 $y=0$ 求出 $x=6$. $\therefore A(6,0), B(0,8)$,即 $OA=6, OB=8$,根据勾股定理得: $AB=10$.在 x 轴上取一点 B' ,使得 $AB=AB'$,连接 MB' . $\therefore AM$ 为 $\angle BAO$ 的平分线, $\therefore \angle BAM=\angle B'AM$.在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle AB'M$ 中, $AB=AB', \angle BAM=\angle B'AM, AM=AM, \therefore \triangle ABM \cong \triangle AB'M$ (SAS), $\therefore BM=B'M$.设 $BM=B'M=x$,则 $OM=OB-BM=8-x$.在 $\text{Rt}\triangle B'OM$ 中, $B'O=AB'-OA=10-6=4$,根据勾股定理得: $x^2=4^2+(8-x)^2$,解得: $x=5, \therefore OM=3, \therefore BM=5, \therefore BM:OM=\frac{5}{3}$.



- 12.B 解析:连接 BD . $\therefore$ 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle C=\angle A=60^\circ, \therefore \triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 都是等边三角形, $\therefore BD=AD, \angle ADB=\angle DBC=\angle A=60^\circ, \therefore \angle EDF=60^\circ, \therefore \angle ADE=\angle BDF$.在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A=\angle DBF, \\ AD=BD, \\ \angle ADE=\angle BDF, \end{cases} \therefore \triangle ADE \cong \triangle BDF(\text{ASA}),$$

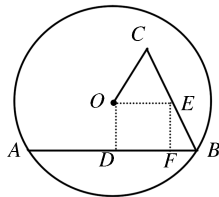
 $\therefore AE=BF, DE=DF, \therefore \triangle DEF$ 为等边三角形, $\therefore EF=DE, \therefore \triangle BEF$ 的周长 $=BE+BF+EF=BE+AE+DE=AB+DE=1+DE$,当 DE 的值最小时, $\triangle BEF$ 的周长最小,而 $DE \perp AB$ 时, DE 的长最小,最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \triangle BEF$ 的周长的最小值是 $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$,故选B.



13.80 14.12

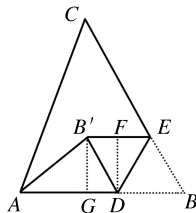
- 15.10 解析:如图,作 $OD \perp AB$,垂足为点 $D, OE \parallel AB$ 交 BC 于 E ,过 E 点作 $EF \perp AB$,垂足为点 F . $\therefore OE \parallel AB, \therefore \angle CEO=\angle B=60^\circ, \therefore \triangle COE$ 为等边三角形, $\therefore OE=CE=$

$OC=4, \therefore OD \perp AB, EF \perp AB, \therefore DF=OE=4, BE=BC-CE=2$.在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $\angle B=60^\circ, \therefore BF=\frac{1}{2}BE=1, \therefore BD=BF+DF=1+4=5$,由垂径定理,得 $AB=2BD=10$.

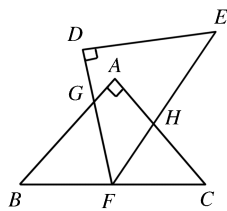


16.(7,45)

17. $2\sqrt{7}$ 解析:如图,作 $DF \perp B'E$ 于点 F ,作 $B'G \perp AD$ 于点 G . $\therefore \angle B=60^\circ, BE=BD=4, \therefore \triangle BDE$ 是边长为4的等边三角形. $\therefore$ 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 所在直线折叠得到 $\triangle B'DE, \therefore \triangle B'DE$ 也是边长为4的等边三角形, $\therefore GD=B'F=2, \therefore B'D=4, \therefore B'G=\sqrt{B'D^2-GD^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}, \therefore AB=10, \therefore AG=10-4-2=4, \therefore AB'=\sqrt{AG^2+B'G^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$.

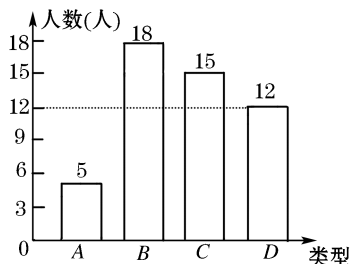


18. $\frac{8}{3}$ 解析: $\therefore AG=1, BG=3, \therefore AB=4, \therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\therefore BC=4\sqrt{2}, \angle B=\angle C=45^\circ, \therefore F$ 是 BC 的中点, $\therefore BF=CF=2\sqrt{2}, \therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle DFE=45^\circ, \therefore \angle CFH=180^\circ-\angle BFG-45^\circ=135^\circ-\angle BFG$.又 $\therefore \triangle BFG$ 中, $\angle BGF=180^\circ-\angle B-\angle BFG=135^\circ-\angle BFG, \therefore \angle BGF=\angle CFH, \therefore \triangle BFG \sim \triangle CHF, \therefore \frac{CH}{BF}=\frac{CF}{BG}$,即 $\frac{CH}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}, \therefore CH=\frac{8}{3}$.



- 19.解析: $\frac{a^2-2ab+b^2}{3a-3b} \div (\frac{1}{b}-\frac{1}{a}) = \frac{(a-b)^2}{3(a-b)} \div \frac{a-b}{ab} = \frac{(a-b)^2}{3(a-b)} \times \frac{ab}{a-b} = \frac{ab}{3}$.
 $\therefore a, b$ 是方程 $x^2-5x-6=0$ 的两根,
 $\therefore ab=-6,$
 $\therefore$ 原式 $=\frac{-6}{3}=-2$.

- 20.解析:(1)由题意可知总人数为 $5 \div 10\%=50$ (人),所以D类所占的百分比为 $12 \div 50 \times 100\%=24\%$,C类所占的百分比为 $\frac{108}{360} \times 100\%=30\%$,所以C类所占的人数为 $50 \times 30\%=15$ (人);B类所占的百分比为 $1-10\%-24\%-30\%=36\%$,B类所占的人数为 $50 \times 36\%=18$ (人),由此补全统计图可得:



(2) 设两个没学过主持的学生记为 A_1, A_2 , 学过主持的学生记为 B_1 , 列表如下:

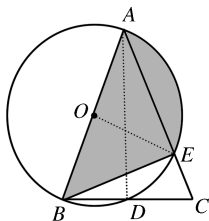
	A_1	A_2	B_1
A_1		(A_1, A_2)	(A_1, B_1)
A_2	(A_2, A_1)		(A_2, B_1)
B_1	(B_1, A_1)	(B_1, A_2)	

$$P(\text{两人都没有学过主持}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

21. 解析: (1) 连接 AD .

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore AD \perp BC$.

又 $\because AB = AC$, $\therefore BD = CD$.



(2) 连接 OE .

$\because AB = 8, \angle BAC = 45^\circ$,

$\therefore \angle BOE = 90^\circ, BO = EO = 4, \angle AOE = 90^\circ$,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BOE} + S_{\text{扇形} OAE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{90\pi \times 4^2}{360} = 8 + 4\pi.$$

22. 解析: (1) 设三月该品牌 P10 Plus 手机每台售价为 x 元, 由题意得:

$$\frac{90\,000}{x} = \frac{80\,000}{x - 500},$$

$$\text{解得 } x = 4\,500.$$

经检验 $x = 4\,500$ 是方程的解.

答: 三月该品牌 P10 Plus 手机每台售价为 4 500 元.

(2) 设购进该品牌 P10 Plus 手机 m 台, 由题意得,

$$74\,000 \leq 3\,500m + 4\,000(20 - m) \leq 76\,000,$$

$$\text{解得 } 8 \leq m \leq 12.$$

$\because m$ 只能取整数,

$\therefore m$ 取 8, 9, 10, 11, 12, 共有 5 种进货方案,

答: 共有 5 种进货方案.

(3) 四月该品牌 P10 Plus 手机每台售价是: $4\,500 - 500 = 4\,000$ (元),

设总获利为 W 元, 则 $W = (4\,000 - 3\,500 - a)m + (4\,400 - 4\,000)(20 - m)$

$$= (100 - a)m + 8\,000,$$

$$\text{令 } 100 - a = 0, \text{ 解得 } a = 100.$$

答: 当 $a = 100$ 时, (2) 中所有方案获利相同.

23. 解析: (1) 能.

作 $CN \perp x$ 轴于点 N .

在 $\text{Rt}\triangle CNA$ 和 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中,

$$\begin{cases} CN = AO, \\ CA = AB, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CNA \cong \text{Rt}\triangle AOB (\text{HL}),$

则 $AN = BO = 1, NO = NA + AO = 3$, 且点 C 在第二象限,

$\therefore C(-3, 2).$

设 $C'(m, 2)$, 则 $B'(m+3, 1)$,

$$\therefore 2m = m+3, m=3.$$

所以 B', C' 能正好落在某反比例函数图象上.

(2) 由 (1) 知 $n = 2m = 6$, 则反比例函数解析式为 $y_1 = \frac{6}{x}$.

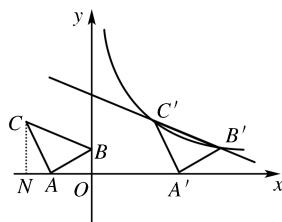
由 (1) 知 $B'(6, 1), C'(3, 2)$,

设直线 $B'C'$ 的解析式为 $y_2 = ax + b$, 把 B', C' 两点坐标代入得:

$$\begin{cases} 6a + b = 1, \\ 3a + b = 2, \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{3}, \\ b = 3, \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 $B'C'$ 的解析式为 $y_2 = -\frac{1}{3}x + 3$.

当 $0 < x < 3$ 或 $x > 6$ 时, $y_1 > y_2$.



24. 解析: (1) $\because CE$ 平分 $\angle ACB$, 交 AB 于点 E ,

$$\therefore \angle ACB = 2\angle BCE.$$

$$\because \angle BCE = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 50^\circ.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle ACB = 50^\circ.$$

(2) ① $CD = 2DF$. 理由如下:

$$\because DE \parallel BC, DF \parallel AB,$$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形,

$$\therefore DE = BF, DF = BE.$$

$$\because BF = 2BE,$$

$$\therefore DE = 2DF.$$

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$, 交 AB 于点 E ,

$$\therefore \angle BCE = \angle ACE.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle DCE,$$

$$\therefore CD = DE.$$

$$\because DE = 2DF,$$

$$\therefore CD = 2DF.$$

② 如图, 延长 PN 交 AB 于点 G .

$$\because DF \parallel AB, \therefore \angle EGN = \angle DPN.$$

$$\because \angle ENG = \angle DNP, \text{ 点 } N \text{ 是 } DE \text{ 中点},$$

$$\therefore EN = DN,$$

$$\therefore \triangle ENG \cong \triangle DNP (\text{AAS}),$$

$$\therefore GN = PN.$$

$$\because AB \perp BP,$$

$$\therefore \angle ABP = 90^\circ,$$

$$\therefore BN = GN,$$

$$\therefore \angle EGN = \angle EBN.$$

$$\because DE = 2EN, DE = 2BE,$$

$$\therefore EN = BE,$$

$$\therefore \angle ENB = \angle EBN = \angle EGN = \angle DPN.$$

过点 N 作 $NH \parallel BE$, 交 BC 于点 H .

$$\because BE \parallel DF,$$

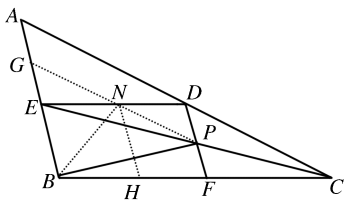
$$\therefore NH \parallel DF,$$

$$\therefore \angle PNH = \angle DPN.$$

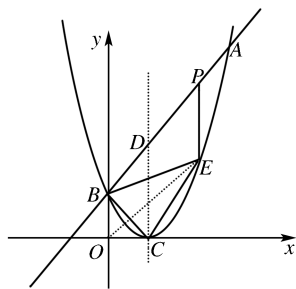
$$\because EN \parallel BH, NH \parallel BE,$$

$\therefore$ 四边形 $BENH$ 是平行四边形.

$\because BE=EN$,
 $\therefore \square BENH$ 是菱形.
 $\because BN$ 是菱形 $BENH$ 的对角线,
 $\therefore \angle BNH = \angle BNE = \angle DPN$,
 $\therefore \angle ENP = \angle BNE + \angle BNH + \angle PNH = \angle DPN + \angle DPN + \angle DPN = 3\angle DPN$.



25. 解析: (1) 把 $A(3,4)$ 代入 $y=x+m$,
 得 $m=1$,
 $\therefore y=x+1$,
 $\therefore B(0,1)$.
 设二次函数解析式为 $y=ax^2+bx+c$,
 把 A, B, C 三点坐标代入得 $\begin{cases} 9a+3b+c=4, \\ c=1, \\ a+b+c=0, \end{cases}$
 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=-2, \\ c=1, \end{cases}$
 $\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=x^2-2x+1$,
 $\therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=1$.
 (2) 连接 OE .
 $\because$ 点 E 在抛物线 $y=x^2-2x+1$ 的图象上,
 $\therefore$ 点 E 坐标为 (x, x^2-2x+1) ,
 $\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle OBE} + S_{\triangle OCE} - S_{\triangle OBC}$
 $= \frac{1}{2} \times 1 \times x + \frac{1}{2} \times 1 \times (x^2-2x+1) - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$
 $= \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{8}$,
 $\therefore \triangle BCE$ 面积的最小值是 $\frac{1}{8}$.

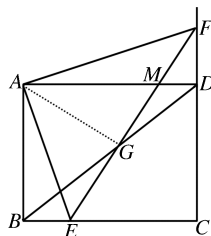


(3) 存在.

$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=1$,
 $\therefore$ 当 $x=1$ 时, $y=x+1=2$,
 $\therefore D$ 点坐标为 $(1,2)$,
 则 $DC=2$.
 当 $PE=2$ 时, $PE=DC$, 四边形 $DCEP$ 为平行四边形, 此时
 线段 PC 与线段 DE 互相平分,
 $\therefore -x^2+3x=2$,
 解得: $x_1=1, x_2=2$.

当 $x=1$ 时, PE 与 DC 重合,
 当 $x=2$ 时, 代入 $y=x+1$, 解得: $y=3$,
 $\therefore P$ 点坐标为 $(2,3)$.

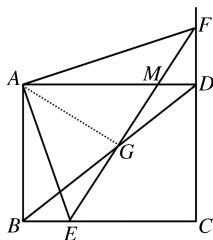
26. 解析: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore \angle BAD = \angle ADC = \angle ADF = 90^\circ$.
 $\therefore AF \perp AE$,
 $\therefore \angle EAF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAD = \angle EAF$,
 $\therefore \angle BAE = \angle DAF$.
 $\because \angle ABE = \angle ADF = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF$,
 $\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF}$,
 $\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF}$.
 $\because \angle BAD = \angle EAF$,
 $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABD$.
 (2) 如答图 1, 连接 AG .



答图1

$\because \triangle AEF \sim \triangle ABD$,
 $\therefore \angle ABG = \angle AEG$,
 $\therefore A, B, E, G$ 四点共圆,
 $\therefore \angle ABE + \angle AGE = 180^\circ$.
 $\because \angle ABE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AGE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AGM = \angle MDF$,
 $\therefore \angle AMG = \angle FMD$,
 $\therefore \angle MAG = \angle EFC$,
 $\therefore y = \tan \angle MAG = \tan \angle EFC = \frac{EC}{CF}$.
 $\because \triangle ABE \sim \triangle ADF$,
 $\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BE}{DF}$,
 $\therefore DF = \frac{4}{3}x$,
 $\therefore y = \frac{4-x}{3+\frac{4}{3}x}$,
 即 $y = \frac{12-3x}{9+4x} (0 \leq x \leq 4)$.

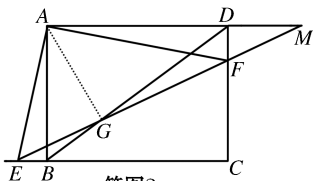
(3) ① 如答图 2 中, 当点 E 在线段 CB 上时,



答图2

$$\begin{aligned} &\because \triangle AGM \sim \triangle ADF, \\ &\therefore \tan \angle MAG = \frac{GM}{AG} = \frac{DF}{AD}, \\ &\therefore \frac{12-3x}{9+4x} = \frac{\frac{4}{3}x}{4}, \\ &\text{解得 } x = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

②如答图3中,当点E在CB的延长线上时,



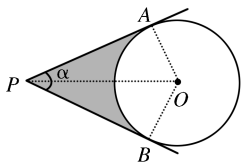
答图3

$$\begin{aligned} &\text{由 } \triangle MAG \sim \triangle AFD \sim \triangle EFC, \\ &\therefore \frac{AD}{EC} = \frac{DF}{FC}, \\ &\therefore \frac{4}{x+4} = \frac{\frac{4}{3}x}{3-\frac{4}{3}x}, \\ &\text{解得 } x=1, \\ &\therefore BE \text{ 的长为 } \frac{3}{2} \text{ 或 } 1. \end{aligned}$$

数学学业水平考试模拟试题(四)

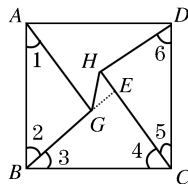
1.C 2.C 3.D 4.C 5.A 6.D 7.D 8.C

9.C 解析:过O点作两切线的垂线,垂足分别为点A、B,连接OP,如图,则OA=OB=r, $\angle APO = \angle BPO = 30^\circ$, $\therefore AP = \sqrt{3}OA = \sqrt{3}r$, $\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, $\therefore \angle AOB = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, $\therefore S = S_{\text{四边形AOBP}} - S_{\text{扇形AOB}} = 2 \times \frac{1}{2}r \cdot \sqrt{3}r - \frac{120 \cdot \pi \cdot r^2}{360} = (\sqrt{3} - \frac{1}{3}\pi)r^2 (r > 0)$.



10.C 解析:如图,延长BG交CH于点E. $\because AB = CD = 10$, $BG = DH = 6$, $AG = CH = 8$, $\therefore AG^2 + BG^2 = AB^2$, $\therefore \triangle ABG$ 是直角三角形.同理, $\triangle DCH$ 也是直角三角形.在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle CDH$ 中,

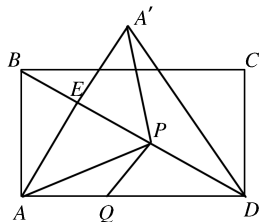
$\begin{cases} AB = CD, \\ AG = CH, \end{cases} \therefore \triangle ABG \cong \triangle CDH (SSS), \therefore \angle 1 = \angle 5, \angle 2 = \angle 6, \angle AGB = \angle CHD = 90^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$.又 $\because \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ, \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ, \therefore \angle 1 = \angle 3 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6$.在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle BCE$ 中, $\begin{cases} \angle 1 = \angle 3, \\ AB = BC, \end{cases} \therefore \triangle ABG \cong \triangle BCE (ASA), \therefore BE = AG = 8, CE = BG = 6, \angle BEC = \angle AGB = 90^\circ, \therefore GE = BE - BG = 8 - 6 = 2$, 同理可得 $HE = 2$.在 $\text{Rt} \triangle GHE$ 中, $GH = \sqrt{GE^2 + HE^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.



11.A 解析:令 $x=0$,得A点坐标 $(0, mc)$.因为四边形ABOC为正方形,可知 $\angle AOC = 45^\circ$,所以C点坐标为 $(\frac{mc}{2}, \frac{mc}{2})$,

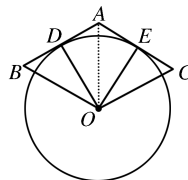
代入得: $\frac{mc}{2} = a \times \frac{m^2c^2}{4} + mc$,整理得: $amc + 2 = 0$.又有 $ac = -2, \therefore m = 1$.

12.A 解析:设 $BE = x$,则 $DE = 3x$. $\because$ 四边形ABCD为矩形,且 $AE \perp BD$, $\therefore$ 易证 $\triangle ABE \sim \triangle DAE, \therefore AE^2 = BE \cdot DE$,即 $AE^2 = 3x^2, \therefore AE = \sqrt{3}x$.在 $\text{Rt} \triangle ADE$ 中,由勾股定理可得 $AD^2 = AE^2 + DE^2$,即 $6^2 = (\sqrt{3}x)^2 + (3x)^2$,解得 $x = \sqrt{3}, \therefore AE = 3, DE = 3\sqrt{3}$.如图,设A点关于BD的对称点为A',连接A'D, PA', A'E,则 $A'A = 2AE = 6, AD = A'D = 6, \therefore \triangle AA'D$ 是等边三角形. $\because PA = PA', \therefore$ 当A', P, Q三点在一条线上时, $A'P + PQ$ 最小,又由垂线段最短可知当 $PQ \perp AD$ 时, $A'P + PQ$ 最小, $\therefore AP + PQ = A'P + PQ = A'Q = DE = 3\sqrt{3}$.

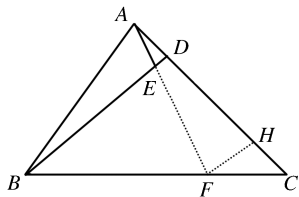


13. 7.8×10^{-7} 14. $\begin{cases} 5x + 2y = 10, \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$ 15. (2, 3)

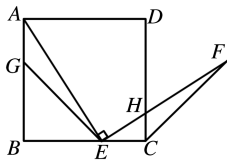
16. 60° 解析:连接OA. $\because$ 四边形ABOC是菱形, $\therefore BA = BO$. $\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点D, $\therefore OD \perp AB$. $\because$ 点D是AB的中点, $\therefore$ 直线OD是线段AB的垂直平分线, $\therefore OA = OB, \therefore \triangle AOB$ 是等边三角形. $\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点D, $\therefore OD \perp AB, \therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$, 同理, $\angle AOE = 30^\circ, \therefore \angle DOE = \angle AOD + \angle AOE = 60^\circ$.



17.1:4 解析:延长 AE 交 BC 于点 F , 作 $FH \parallel BD$ 交 AC 于点 H , 如图, 设 $AD=3x$, $DC=5x$. $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $BE \perp AF$, $\therefore AE=FE$. $\because DE \parallel FH$, $\therefore \frac{AD}{DH} = \frac{AE}{EF} = 1$, $\therefore AD=DH=3x$. $\because \angle ABC=2\angle C$, 而 $\angle ABC=2\angle DBC$, $\therefore \angle C=\angle DBC$, $\therefore BD=CD=5x$, $\therefore CH=2x$, 而 $FH \parallel BD$, $\therefore \angle HFC=\angle DBC$, $\therefore \angle C=\angle HFC$, $\therefore HF=CH=2x$, $\therefore DE=x$, $\therefore BE=4x$, $\therefore DE:BE=x:4x=1:4$.



18. $2^{n-2} \times \sqrt{3}$ 解析: 设直线与 x 轴相交于点 C . 令 $x=0$, 则 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$; 令 $y=0$, 则 $x=-1$. $\therefore OC=1$, $OD=\frac{\sqrt{3}}{3}$. $\therefore \tan \angle DCO = \frac{OD}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle DCO = 30^\circ$. $\because \triangle OA_1B_1$ 是正三角形, $\therefore \angle A_1OB_1 = 60^\circ$. $\therefore \angle CA_1O = \angle A_1CO = 30^\circ$, $\therefore OA_1 = OC = 1$. $\therefore$ 第一个正三角形的高 $= 1 \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 同理可得: 第二个正三角形的边长 $= 1+1=2$, 高 $= 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}$; 第三个正三角形的边长 $= 1+1+2=4$, 高 $= 4 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$; 第四个正三角形的边长 $= 1+1+2+4=8$, 高 $= 8 \times \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$. $\therefore$ 第 n 个正三角形的边长 $= 2^{n-1}$, 高 $= 2^{n-2} \times \sqrt{3}$. $\therefore$ 第 n 个正三角形顶点 A_n 的纵坐标是 $2^{n-2} \times \sqrt{3}$.



19. 解析: $(\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} + \frac{x}{y-x}) \div \frac{1}{x^2-xy} = \frac{(x+y)(x-y)-x(x-y)}{(x-y)^2} \cdot \frac{x(x-y)}{1} = \frac{y(x-y)}{(x-y)^2} \cdot x(x-y) = xy$.

$\therefore |x-2+\sqrt{3}| + \sqrt{y-2-\sqrt{3}} = 0$,
 $\therefore x-2+\sqrt{3}=0$, $y-2-\sqrt{3}=0$,
 解得, $x=2-\sqrt{3}$, $y=2+\sqrt{3}$,
 $\therefore$ 原式 $= xy = (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3=1$.

20. 解析: (1) 设第一次购书的进价为 x 元/本, 则第二次购书的进价为 $1.2x$ 元/本.

根据题意得: $\frac{750}{1.2x} - \frac{600}{x} = 5$,

解得: $x=5$ 或 $x=0$ (舍去),
 经检验 $x=5$ 是原方程的解.

答: 第一次购书的进价为 5 元/本.

(2) 两次一共购进图书 $750 \div 1.2 \div 5 + 600 \div 5 = 245$ (本),

销售收入为 $200 \times 7 + (245-200) \times 7 \times 0.4 = 1526$ (元),

两次进书的总价为 $600+750=1350$ (元).

$\therefore 1526 > 1350$, $1526-1350=176$ (元),

$\therefore$ 该老板这两次售书总体上赚钱了, 赚了 176 元.

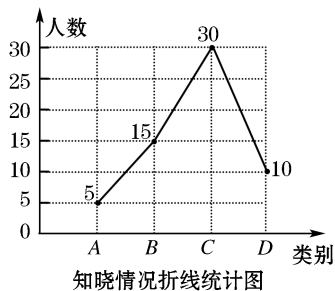
21. 解析: (1) $\because$ 被调查的总人数为 $30 \div 50\% = 60$ (人),

$\therefore B$ 类别的人数为 $60 \times 25\% = 15$ (人),

则 A 类别人数为 $60 - (15+30+10) = 5$ (人),

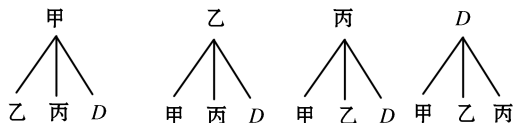
$\therefore$ 扇形统计图中 A 对应的圆心角是 $360^\circ \times \frac{5}{60} = 30^\circ$.

补全图形如下:



(2) 将其他 3 人分别记为甲、乙、丙,

画树状图如下:



由树状图知共有 12 种等可能结果, 其中属于 D 类的信息员被选为嘉宾的结果有 6 种, 所以属于 D 类的信息员被选为

嘉宾的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

22. 解析: (1) 如图, $\because \angle EAB = 30^\circ$, $AE \parallel BF$,

$\therefore \angle FBA = 30^\circ$.

又 $\because \angle FBC = 75^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 45^\circ$.

又 $\because \angle BAC = \angle BAE + \angle CAE = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$.

(2) 如图, 作 $AD \perp BC$ 于点 D .

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 45^\circ$, $AB = 240$,

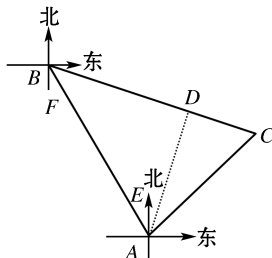
$\therefore AD = BD = AB \cdot \sin 45^\circ = 240 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 120\sqrt{2}$ (海里)

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle C = 60^\circ$, $AD = 120\sqrt{2}$,

$\therefore CD = \frac{AD}{\tan 60^\circ} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{6}$ (海里),

$\therefore BC = BD + CD = 120\sqrt{2} + 40\sqrt{6}$ (海里).

答: 该船与 B 港口之间的距离 CB 的长为 $(120\sqrt{2} + 40\sqrt{6})$ 海里.



23. 解析: (1) 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$.

将 $B(m, 2)$ 代入直线 $y = x - 2$ 中, 得: $m - 2 = 2$,

解得: $m = 4$.

则 $B(4, 2)$,

将 $B(4, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = 4 \times 2 = 8$,

则反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$.

(2) 设平移后的直线交 y 轴于点 H .

$$\therefore S_{\triangle ABH} = S_{\triangle ABC} = 18.$$

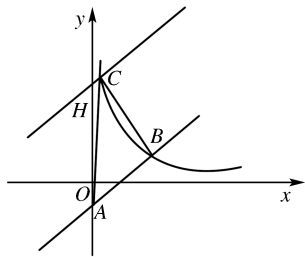
$$\therefore S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} \times AH \times 4 = 18.$$

$$\therefore AH = 9.$$

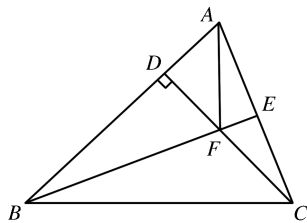
$$\therefore A(0, -2),$$

$$\therefore H(0, 7),$$

$\therefore$ 平移后的直线的解析式为 $y = x + 7$.



24. 解析: (1) ① 证明: 如答图 1,



答图1

$$\therefore CE \perp BE,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle CEF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BFD = \angle CFE.$$

$$\therefore \angle FBD = \angle FCE.$$

$$\therefore BD = DC, \angle BDF = \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDA,$$

$$\therefore BF = AC.$$

$$\textcircled{2} \text{ 如答图 1, } \therefore BE = BE, \angle BEA = \angle BEC = 90^\circ, \angle EBA = \angle ECB,$$

$$\therefore \triangle EBA \cong \triangle ECB,$$

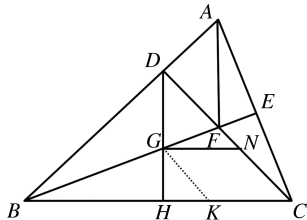
$$\therefore AE = EC.$$

$$\therefore BF = AC,$$

$$\therefore \frac{CE}{BF} = \frac{1}{2}.$$

(2) 结论: $DF = CN$.

理由: 如答图 2, 作 $GK \parallel CN$.



答图2

$$\therefore GN \parallel CK, GK \parallel CN,$$

$\therefore$ 四边形 GNCK 是平行四边形,

$$\therefore CN = GK.$$

$$\therefore \angle BDG + \angle CDH = 90^\circ, \angle CDH + \angle DCH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDG = \angle DCH = \angle BKG.$$

$$\therefore \angle DGF = \angle BDG + \angle GBD, \angle DFG = \angle DCH + \angle GBC,$$

$$\therefore \angle GBD = \angle GBC,$$

$$\therefore \angle DGF = \angle DFG,$$

$$\therefore DG = DF.$$

$$\therefore \angle GBD = \angle GBK, BG = BG, \angle BDG = \angle BKG,$$

$$\therefore \triangle GBD \cong \triangle GBK,$$

$$\therefore DG = GK,$$

$$\therefore DF = CN.$$

25. 解析: (1) $\therefore$ 二次函数的图象 M 经过 $A(-1, 0), B(4, 0)$ 两点,

$$\therefore \text{可设二次函数的解析式为 } y = a(x+1)(x-4).$$

$$\therefore \text{二次函数的图象 } M \text{ 经过 } C(2, -6),$$

$$\therefore -6 = a(2+1)(2-4), \text{ 解得 } a = 1.$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y = (x+1)(x-4), \text{ 即 } y = x^2 - 3x - 4.$$

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = sx + t$, 把 A, C 坐标代入可得

$$\begin{cases} 0 = -s + t, \\ -6 = 2s + t, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} s = -2, \\ t = -2, \end{cases}$$

$$\therefore \text{线段 } AC \text{ 的解析式为 } y = -2x - 2,$$

设点 G 的坐标为 $(k, -2k - 2)$.

$\therefore G$ 与 C 点不重合,

$\therefore \triangle ABG$ 与 $\triangle ABC$ 相似只有 $\triangle AGB \sim \triangle ABC$ 一种情况.

$$\therefore \frac{AG}{AB} = \frac{AB}{AC}.$$

$$\therefore AB = 5, AC = \sqrt{[2 - (-1)]^2 + (-6 - 0)^2} = 3\sqrt{5}, AG = \sqrt{(k+1)^2 + (-2k-2)^2} = \sqrt{5}|k+1|,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}|k+1|}{5} = \frac{5}{3\sqrt{5}},$$

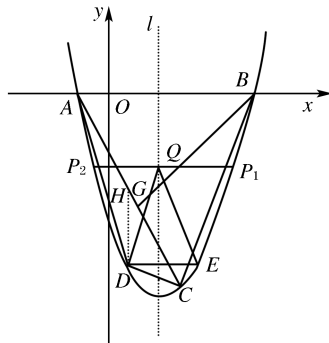
$$\therefore |k+1| = \frac{5}{3},$$

$$\therefore k = \frac{2}{3} \text{ 或 } k = -\frac{8}{3} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 的坐标为 } \left(\frac{2}{3}, -\frac{10}{3}\right).$$

(3) 能. 理由如下:

如图, 过点 D 作 x 轴的垂线交 AC 于点 H .



$$\therefore D(m, n) (-1 < m < 2),$$

$$\therefore H(m, -2m - 2).$$

$$\therefore \text{点 } D(m, n) \text{ 在图象 } M \text{ 上},$$

$$\therefore D(m, m^2 - 3m - 4).$$

